Tato Příloha **1005** je součástí článku 19. Návrh axiálních a diagonálních stupňů lopatkových strojů, http://www.transformacni-technologie.cz/19.html.

Odvození rovnic pro axiální stupeň s konstantní cirkulací

Nejprve důkaz, že tento stupeň splňuje podmínky potenciálního proudění:

$$\mathrm{rot}\,\vec{c}=-\frac{\partial c_u}{\partial a}\vec{i}+\left(\frac{\partial c_r}{\partial a}-\frac{\partial c_a}{\partial r}\right)\vec{j}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot c_u)}{\partial r}\vec{k}=0$$

[19.705].

Podmínkami řešení jsou:

$$c_r=0\ \ \mathrm{m\cdot s^{-1}}\rightarrow\partial c_r=0\,.$$

$$\mathrm{rot}\,\vec{c}=-\frac{\partial c_u}{\partial a}\vec{i}-\frac{\partial c_a}{\partial r}\vec{j}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot c_u)}{\partial r}\vec{k}=0\,.$$

Z poslední rovnice tedy pro jednotlivé derivace musí platit:

$-\frac{\partial c_u}{\partial a}=0$, což platí protože v axiálním směru změnu obvodových složek rychlosti nepředpokládáme.

$-\frac{\partial c_a}{\partial r}=0$ zde je interpretace složitější. Jestliže by se jednalo nestlačitelné proudění, tak tato podmínka platí beze zbytku. V případě stlačitelného proudění bude hustota plynu u špice lopatek větší než u pat. Na druhou stranu dojde ve skutečnosti k odklonu proudnic od čistě válcové plochy podle *Obrázku 20* [19. id676], takže by měli rychlosti v axiálním směru zůstat stejné.

$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot c_u)}{\partial r}=0$ tato podmínka platí, protože:

$l_u=\omega\cdot r\cdot c_{1u}=\mathrm{konst.}$ pro turbínové stupně, $l_u=-\omega\cdot r\cdot c_{2u}=\mathrm{konst.}$ pro stupně pracovních strojů.

Odvození vzorce pro stupeň reakce

Pro stupeň reakce axiálních turbínových stupňů:

$$\rho=1-\frac{c_{1a}^2+c_{1u}^2-c_{2a}^2-c_{2u}^2}{2u(c_{1u}-c_{2u})}\qquad[18.344]$$

kde

$c^2=c_a^2+c_u^2+c_r^2$ [11. id272]

$l_E=u(c_{1u}-c_{2u})$ [14. id318].

Pro podmínku $c_a(r)=konst.$ na vstupu i výstupu z rotorové řady při konstantní hustotě bude platit rovnost:

$$c_{1a}^2=c_{2a}^2$$

$$\rho=1-\frac{c_{1u}^2-c_{2u}^2}{2u(c_{1u}-c_{2u})}=1-\frac{c_{1u}+c_{2u}}{2u}=$$

$$=1-\frac{c_{1u}+c_{2u}}{2r\cdot\omega}\,.$$

$$c_{1u}=\frac{r_p\cdot c_{1u,p}}{r}\,,\ \ c_{2u}=\frac{r_p\cdot c_{2u,p}}{r}$$

$$\rho=1-\frac{r_i(c_{1u,p}+c_{2u,p})}{2r^2\cdot\omega}\,.$$

Zavedení substituce se vztah zpřehlední:

$$K=\frac{r_i(c_{1u,p}+c_{2u,p})}{2\,\omega}=\mathrm{konst.}$$

$$\rho=1-\frac{K}{r^2}\,.$$

Stanovením referenčního stupně reakce ρ_{ref}, který bude zadán na referenčním poloměru r_{ref}:

$$\rho_{ref} = 1 - \frac{K}{r_{ref}^2} \; .$$

Potom lze přepočítat změnu stupně reakce oproti referenčnímu poloměru:

$$(1-\rho) r^2 = K = (1-\rho_{ref}) r_{ref}^2 \; ,$$
$$\rho = 1 - (1-\rho_{ref}) \left(\frac{r_{ref}}{r} \right)^2 \; .$$

Není složité dokázat, že stejný vzorec lze odvodit i pro stupně pracovních strojů.

Nutno zdůraznit, že tento vzorec byl odvozen pro $\rho = konst.$