

Řešení Úlohy 1084

Převod dekadického logaritmu na přerozený je podle vzorce [1, s. 14]:

$$\log x = \frac{1}{\ln 10} \ln x \doteq 0,434294 \cdot \ln x.$$

Nejprve je nutné zápis mocninné řady pro přirozený logaritmus převést na sumační vzorec, který se bude při výpočtu opakovat tak dlouho dokud nedosáhne číslo požadované přesnosti.

$$\begin{aligned} \ln x &= 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right] = \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2n+1}. \end{aligned}$$

Zbývá určit počáteční kroky a podmínku ukončení výpočtů.

Je očividné, že konečný počet cyklů k bude tím větší čím větší bude požadovaná přesnost a velikost čísla x . Logaritmus čísla 324 lze vyjádřit i takto:

$$\log 324 = \log 100 + \log 3,24 = 2 + \log 3,24.$$

$$\begin{aligned} \log 324 &\doteq 2 + \\ &+ 0,434294 \cdot 2 \sum_{n=0}^k \frac{1}{2n+1} \left(\frac{3,24-1}{3,24+1} \right)^{2n+1} = \\ &= 2 + 0,868588 \sum_{n=0}^k \frac{1}{2n+1} 0,52830189^{2n+1}. \end{aligned}$$

Jestliže správné řešení bude při k cyklu bude chyba menší než 0,0001 ukončí se řešení při platnosti tj.:

$$\frac{(\log 324)_n}{(\log 324)_{n-1}} \leq 1,0001.$$

Odkazy

1. REKTORYS, Karel, CIPRA, Tomáš, DRÁBEK, Karel, FIEDLER, Miroslav, FUKA, Jaroslav, KEJLA, František, KEPR, Bořivoj, NEČAS, Jindřich, NOŽIČKA, František, PRÁGER, Milan, SEGETH, Karel, SEGETHOVÁ, Jitka, VILHELM, Václav, VITÁSEK, Emil, ZELENKA, Miroslav. *Přehled užité matematiky I, II*, 2003. 7. vydání. Praha: Prometheus, spol. s.r.o., ISBN 80-7196-179-5.