

Příloha 171 článku [42. Technická matematika](http://www.transformacni-technologie.cz/42.html), <http://www.transformacni-technologie.cz/42.html>.

Rovnice pro potenciální proudění v rovině

Přírůstek potenciálu rychlosti neboli jeho totální diferenciál je podle kapitoly 42. Potenciál rychlosti a proudová funkce:

$$d\Phi = c_x dx + c_y dy \quad \text{nad [42.171]} \quad (a).$$

Protože potenciál rychlosti je funkcí dvou proměnných $\Phi = f(x, y)$ bude jeho totální diferenciál podle [42.377] také roven:

$$d\Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y} dy \quad (b).$$

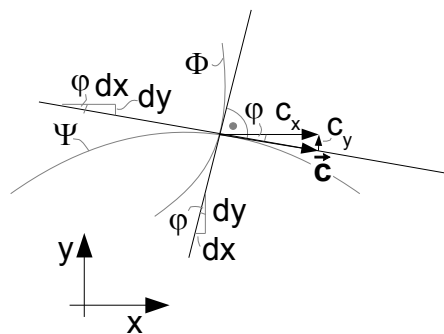
Porovnáním rovnic (a) a (b) lze pro složky rychlosti psát:

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}.$$

Rovnice čáry potenciálního proudění tj. čáry $\Phi = konst.$ lze odvodit z rovnice přírůstku potenciálního proudění (a) pro případ $d\Phi = 0$:

$$0 = c_x dx + c_y dy \quad (c).$$

Nyní lze odvodit rovnice pro proudovou funkci. Proudnic Ψ nechť jsou čarami proudová funkce v proudovém poli. Tyto čáry jsou kolmé na čáry potenciálu rychlosti viz. *Obrázek 1*.



Znázornění čar potenciálu rychlosti a čáry proudové funkce.

Tečna k čáře proudové funkce je vektorem rychlosti takže její derivace bude přímo úměrná složkám rychlosti:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{c_y}{c_x}.$$

Rovnice čáry proudové funkce tedy je podle poslední derivace:

$$0 = c_y dx - c_x dy.$$

Na proudnici bude přírůstek proudové funkce roven nule:

$$d\Psi = 0 \quad (d).$$

Za pravou stranu poslední rovnice dosadíme z *Rovnice (d)* a vznikne rovnice přírůstku proudové funkce:

$$d\Psi = c_y dx - c_x dy \quad (e).$$

Protože proudová funkce je funkcí dvou proměnných $\Psi = f(x, y)$ bude jeho totální diferenciál podle [42. id377] také roven:

$$d\Psi = \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \Psi}{\partial y} dy \quad (f).$$

Porovnáním rovnice (e) s (f) je patrné, že pro složky rychlosti lze psát také:

$$c_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad c_y = \frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Nebo tytéž výrazy s opačným
znamínkem [1, s. 209].

Odkazy

1. MAŠTOVSKÝ, Otakar.
Hydromechanika, 1964. 2. vydání. Praha:
Státní nakladatelství technické literatury.