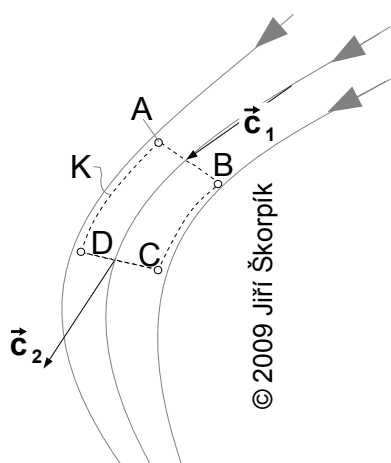


Síla působící na lopatky od proudu tekutiny (Eulerova rovnice)

Každé lopatce přísluší kontrolní objem K vymezený body $A-B-C-D$. Tento kontrolní objem vytkneme tak, aby úsek $B-C$ i $A-D$ tvořila proudnice a zároveň tyto úseky byly hranicemi kontrolního objemu příslušející kontrolnímu objemu sousední lopatky takže proudnice $B-C$ a $A-D$ by měly být stejné:



Tento kontrolní objem obsahuje tekutinu, na kterou působí síla R , která je součtem vnějších sil:

$$\vec{R} = \vec{F}_h + \vec{F}_p + \vec{F}_t \quad (a),$$

\mathbf{R} [N] síla působící na tekutinu uvnitř kontrolního objemu; \mathbf{F}_h [N] hmotnostní síly působící na tekutinu (grav. zrychlení, odstředivá zrychlení, Coriolisovým zrychlení apod.); \mathbf{F}_p [N] tlaková síly na hranici kontrolního objemu od okolní tekutiny; \mathbf{F}_t [N] síla působící na tekutinu uvnitř kontrolního objemu od těles uvnitř nebo na hranici kontrolního objemu.

Tato síla vyvolá změnu hybnosti proudu (zpomalí/zrychlí proud, změni směr proudu) v čase:

$$\vec{R} = \frac{d\vec{c}}{d\tau} m = \frac{d\vec{H}}{d\tau} \quad (b),$$

\mathbf{H} [N·s] hybnost pracovní tekutiny v kontrolním objemu; τ [s] čas; \mathbf{m} [kg] hmotnost pracovní tekutiny v kontrolním objemu; \mathbf{c} [m·s⁻¹] střední rychlost pracovní tekutiny v kontrolním objemu.

Poznámka

Jestliže výsledná síla působící na tekutinu je rovna nule $R=0$, potom zůstává hybnost proudu nezměněna, například ideální proudění rovným potrubím konstantního průřezu.

Přičemž síla působící na objem pracovní tekutiny o velikosti dK respektive hmotnosti dm lze vyjádřit jako:

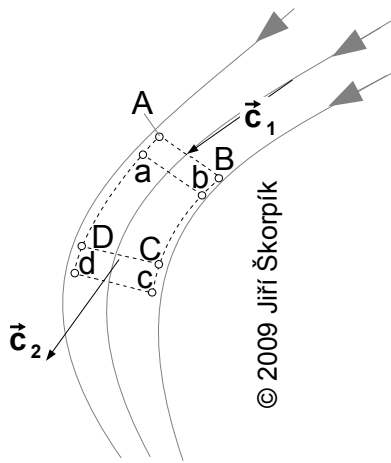
$$d\vec{R} = \frac{d\vec{c}}{d\tau} dm = \frac{d(\vec{c} \cdot dm)}{d\tau} = \frac{d d\vec{H}}{d\tau} = \frac{d^2 \vec{H}}{d\tau^2} \quad (c),$$

\mathbf{c} [m·s⁻¹] střední rychlost pracovní tekutiny v kontrolním objemu dV respektive dm ; \mathbf{dH} [N·s] hybnost pracovní tekutiny uzavřené v objemu dK respektive dm .

Integrací rovnice (c) přes celý kontrolní objem K lze získat zpět rovnici (b):

$$\vec{R} = \frac{d}{d\tau} \int_K \vec{c} dm = \frac{d}{d\tau} \vec{H} \quad (d).$$

Za dobu $d\tau$ se tekutina obsažená v kontrolním objemu posune o určitou vzdálenost a kontrolní objem se zdeformuje na objem $a-b-c-d$:



Za stejnou dobu se hybnost tekutiny změní o $d\vec{H}$, přičemž je zřejmé že tato změna bude odpovídat rozdílu její hybnosti mezi stavem kdy zaplňovala objem $A-B-C-D$ a okamžitým stavem $a-b-c-d$:

$$\begin{aligned} d\vec{H} &= \int_{abcd} \vec{c} dm - \int_{ABCD} \vec{c} dm, \\ \int_{abcd} \vec{c} dm &= \int_{abCD} \vec{c} dm + \int_{DCcd} \vec{c} dm, \\ \int_{ABCD} \vec{c} dm &= \int_{ABba} \vec{c} dm + \int_{abCD} \vec{c} dm. \end{aligned}$$

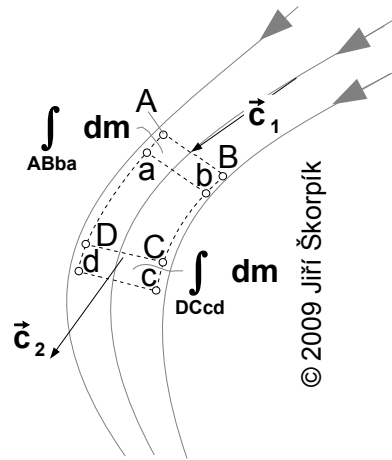
$$\begin{aligned} d\vec{H} &= \int_{abCD} \vec{c} dm + \int_{DCcd} \vec{c} dm - \int_{ABba} \vec{c} dm - \\ &- \int_{abCD} \vec{c} dm = \int_{DCcd} \vec{c} dm - \int_{ABba} \vec{c} dm. \end{aligned}$$

Při velmi malé změně bude rychlost proudění pracovní tekutiny v objemu $DCcd$ rovna rychlosti c_2 . Podobně lze postupovat i u objemu $ABba$:

$$d\vec{H} = \vec{c}_2 \int_{DCcd} dm - \vec{c}_1 \int_{ABba} dm.$$

Výsledek integrace členů $\int_{DCcd} dm$, $\int_{ABba} dm$ bude roven hmotnosti pracovní tekutiny, která do uvedených objemů přitekla/odtekla za dobu $d\tau$, protože předpokládáme stacionární nebo-li ustálený průtok musí si být tyto hmotnosti rovny. To znamená, že

tekutiny, která odteče z objemu $A-B-b-a$ má stejnou hmotnost jako tekutina, která přiteče do objemu $D-C-c-d$:



$$\int_{DCcd} dm = \dot{m} \cdot d\tau, \quad \int_{ABba} dm = \dot{m} \cdot d\tau,$$

\dot{m} [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$] hmotnostní průtok pracovní tekutiny protékající kontrolním objemem.

$$d\vec{H} = \vec{c}_2 \dot{m} \cdot d\tau - \vec{c}_1 \dot{m} \cdot d\tau.$$

Síla působící na tekutinu uvnitř kontrolního objemu se vypočítá dosazením poslední rovnice do rovnice (b):

$$\vec{R} = \vec{c}_2 \cdot \dot{m} - \vec{c}_1 \cdot \dot{m} = \vec{H}_2 - \vec{H}_1 \quad (e).$$

Zároveň síly působící od tělesa lopatky F_t jsou stejně veliké ale opačného smyslu než jakou působí objem kapaliny na lopatky v kontrolním objemu:

$$\vec{F} = -\vec{F}_t \quad (f),$$

\vec{F} [N] výslednice sil působící na tělesa uvnitř či na hranici kontrolního objemu od proudu tekutiny.

Dosazením rov. (e) a (f) do (a):

$$\vec{F} = \vec{H}_1 - \vec{H}_2 + \vec{F}_h + \vec{F}_p.$$

Podle Newtonova pohybového zákona těleso setrvává v klidu nebo v přímočarém rovnoměrném pohybu pokud na něj nepůsobí síla. To samé platí i na proud tekutiny.