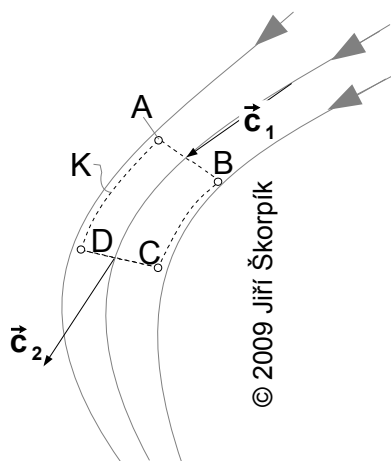


### Síla působící na lopatky od proudu tekutiny (Eulerova rovnice)

Každé lopatce přísluší kontrolní objem  $K$  vymezený body  $A$ - $B$ - $C$ - $D$ . Tento kontrolní objem vytkneme tak, aby úsek  $B$ - $C$  i  $A$ - $D$  tvořila proudnice a zároveň tyto úseky byly hranicemi kontrolního objemu příslušející kontrolnímu objemu sousední lopatky takže proudnice  $B$ - $C$  a  $A$ - $D$  by měly být stejné:



Tento kontrolní objem obsahuje tekutinu, na kterou působí síla  $R$ , která je součtem vnějších sil:

$$\vec{R} = \vec{F}_h + \vec{F}_p + \vec{F}_t \quad (a),$$

$R$  [N] síla působící na tekutinu uvnitř kontrolního objemu.

Tato síla vyvolá změnu hybnosti proudu (zpomalí/zrychlí proud, změni směr proudu) v čase:

$$\vec{R} = \frac{d\vec{c}}{d\tau} m = \frac{d\vec{H}}{d\tau} \quad (b),$$

$H$  [N·s] hybnost pracovní tekutiny v kontrolním objemu;  $\tau$  [s] čas;  $m$  [kg] hmotnost pracovní tekutiny v kontrolním

objemu;  $c$  [m·s<sup>-1</sup>] střední rychlost pracovní tekutiny v kontrolním objemu.

#### Poznámka

Jestliže výsledná síla působící na tekutinu je rovna nule  $R=0$ , potom zůstává hybnost proudu nezměněna, například ideální proudění rovným potrubím konstantního průřezu.

Přičemž síla působící na objem pracovní tekutiny o velikosti  $dK$  respektive hmotnosti  $dm$  lze vyjádřit jako:

$$d\vec{R} = \frac{d\vec{c}}{d\tau} dm = \frac{d(\vec{c} \cdot dm)}{d\tau} = \frac{d d\vec{H}}{d\tau} = \frac{d^2 \vec{H}}{d\tau^2} \quad (c),$$

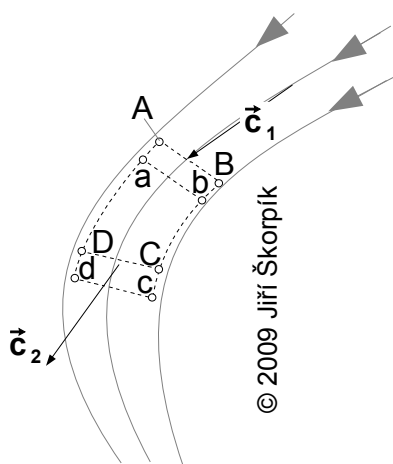
$c$  [m·s<sup>-1</sup>] střední rychlost pracovní tekutiny v elementu kontrolního objemu  $dV$  respektive  $dm$ ;  $dH$  [N·s] hybnost pracovní tekutiny v elementu kontrolního objemu  $dV$  respektive  $dm$ .

Integrací rovnice (c) přes celý kontrolní objem  $K$  lze získat zpět rovnici (b):

$$\vec{R} = \frac{d}{d\tau} \int_K \vec{c} dm = \frac{d}{d\tau} \vec{H} \quad (d).$$

Za dobu  $d\tau$  se tekutina obsažená v kontrolním objemu posune o určitou vzdálenost a kontrolní objem se zdeformuje na na objem  $a$ - $b$ - $c$ - $d$ :

— 12. Základní rovnice lopatkových strojů —



Za stejnou dobu se hybnost tekutiny změní o  $d\vec{H}$ , přičemž je zřejmé že tato změna bude odpovídat rozdílu její hybnosti mezi stavem kdy zaplňovala objem  $A-B-C-D$  a okamžitým stavem  $a-b-c-d$ :

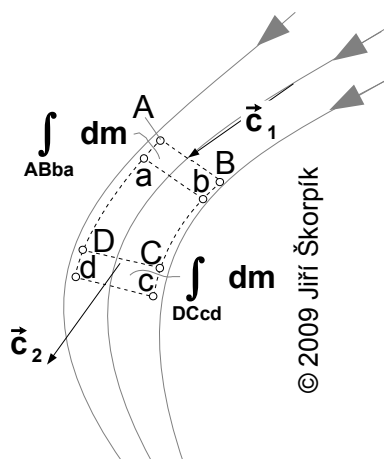
$$\begin{aligned} d\vec{H} &= \int_{abcd} \vec{c} dm - \int_{ABCD} \vec{c} dm, \\ \int_{abcd} \vec{c} dm &= \int_{abCD} \vec{c} dm + \int_{DCcd} \vec{c} dm, \\ \int_{ABCD} \vec{c} dm &= \int_{ABba} \vec{c} dm + \int_{abCD} \vec{c} dm, \\ d\vec{H} &= \int_{abCD} \vec{c} dm + \int_{DCcd} \vec{c} dm - \int_{ABba} \vec{c} dm - \\ &- \int_{abCD} \vec{c} dm = \int_{DCcd} \vec{c} dm - \int_{ABba} \vec{c} dm. \end{aligned}$$

Při velmi malé změně bude rychlost proudění pracovní tekutiny v objemu  $DCcd$  rovna rychlosti  $c_2$ . Podobně lze postupovat i u objemu  $ABba$ :

$$d\vec{H} = \vec{c}_2 \int_{DCcd} dm - \vec{c}_1 \int_{ABba} dm.$$

Výsledek integrace členů  $\int_{DCcd} dm$  a  $\int_{ABba} dm$  bude roven hmotnosti pracovní tekutiny, která do uvedených objemů přitekla/odtekla za dobu  $d\tau$ , protože předpokládáme stacionární nebo-li ustálený průtok musí si být tyto hmotnosti rovny. To znamená, že tekutiny, která odteče z objemu  $A-B-b-a$

má stejnou hmotnost jako tekutina, která přiteče do objemu  $D-C-c-d$ :



$\int_{DCcd} dm = \dot{m} \cdot d\tau$ ,  $\int_{ABba} dm = \dot{m} \cdot d\tau$ ,  
 $\dot{m}$  [ $\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ] hmotnostní průtok pracovní tekutiny kontrolním objemem.

$$d\vec{H} = \vec{c}_2 \dot{m} \cdot d\tau - \vec{c}_1 \dot{m} \cdot d\tau.$$

Síla působící na tekutinu uvnitř kontrolního objemu se vypočítá dosazením poslední rovnice do rovnice (b):

$$\vec{R} = \vec{c}_2 \cdot \dot{m} - \vec{c}_1 \cdot \dot{m} = \vec{H}_2 - \vec{H}_1 \quad (e).$$

Zároveň síly působící od tělesa lopatky  $F_t$  jsou stejně veliké ale opačného smyslu než jakou působí objem kapaliny na lopatky v kontrolním objemu:

$$\vec{F} = -\vec{F}_t \quad (f).$$

Dosazením rov. (e) a (f) do (a):

$$\vec{F} = \vec{H}_1 - \vec{H}_2 + \vec{F}_h + \vec{F}_p.$$

Podle Newtonova pohybového zákona těleso setrvává v klidu nebo v přímočarém rovnoměrném pohybu pokud na něj nepůsobí síla. To lze aplikovat i na proud

— 12. Základní rovnice lopatkových strojů —

tekutiny.