248 Příloha článku 12. Základní rovnice lopatkových strojů.

Důkaz tvrzení, že výslednice sil od nestlačitelné tekutiny je kolmá na střední aerodynamickou rychlost

Kontrolním objemem elementárního profilu proudí elementární množství pracovní kapaliny *dm*. Na axiální elementární profil výšky dr působí elementární síla *dF*, která má složky dF_a a dF_u.

Síla na elementární axiální profil svírá s obvodovým směrem úhel ε:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{dF_a}{dF_u}.$$

$$dF_a=dH_{1,a}-dH_{2,a}+dF_{h,a}+dF_{p,a} \qquad [12.196].$$

Protože pro nestlačitelného proudění $c_{1a}=c_{2a}=c_a$ potom změna hybnosti v axiálním směru je nulová, zanedbáním tíhových sil:

$$dF_a=dF_{p,a}=dF_p=(p_1-p_2)s\cdot dr.$$

$p_1-p_2=?$ jedná se nestlačitelné proudění, pro které lze aplikovat Bernoulliho rovnici [11.543] bez uvažování vnějšího zrychlení, jehož vliv lze při proudění po válcových plochách lze zanedbat:

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{w_1^2}{2}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{w_2^2}{2}\to p_1-p_2=\rho\frac{1}{2}(w_2^2-w_1^2),$$

$w_1^2=w_{1u}^2+w_{1a}^2$; $w_2^2=w_{2u}^2+w_{2a}^2$ zároveň platí pro axiální složku $w_{1a}=w_{2a}=w_{st,a}$.

$$p_1-p_2=\rho\frac{1}{2}\left[(w_{2u}^2+w_a^2)-(w_{1u}^2+w_a^2)\right]=$$

$$=\rho\frac{1}{2}\left[(w_{2u}^2-w_{1u}^2)\right]=\rho\frac{w_{2u}+w_{1u}}{2}(w_{2u}-w_{1u})=$$

$$=\rho\cdot w_{st,u}(w_{2u}-w_{1u}).$$

$$dF_a=\rho\cdot w_{st,u}\cdot(w_{2u}-w_{1u})s\cdot dr.$$

$dF_u=dH_{1,u}-dH_{2,u}+dF_{h,u}+dF_{p,u}$ při zanedbání vlivu tíhových sil tlakové síly se v obvodovém směru vyruší,

$dF_u=dH_{1,u}-dH_{1,u}=(c_{1u}-c_{2u})\,d\dot{m}$,

$d\dot{m}=\rho\cdot c_a\cdot s\cdot dr$,

$dF_u=(c_{1u}-c_{2u})\cdot\rho\cdot c_a\cdot s\cdot dr$,

$c_a=w_{st,a}$

**Poznámka*

Absolutní rychlost je součtem:

$\vec{c}=\vec{w}+\vec{u}\to c_a=w_a$; $c_r=w_r$; $c_u=w_u+u$ takže pro $u_1=u_2$ a rozdíl obvodových složek rychlosti je

$c_{1u}-c_{2u}=w_{1u}+u_1-(w_{2u}+u_1)=w_{1u}-w_{2u}$

$c_a=w_a=w_{st,a}$.

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{\rho\cdot w_{st,u}(w_{1u}-w_{2u})s\cdot dr}{(w_{2u}-w_{1u})\cdot\rho\cdot w_{st,a}\cdot s\cdot dr}=\frac{w_{st,u}}{-w_{st,a}} \qquad (a).$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_{st}=\frac{w_{st,a}}{w_{st,u}} \qquad (b).$$

Porovnáním rovnic *(a)* a *(b)*:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{1}{-\mathrm{tg}\,\beta_{st}} \qquad (c).$$

Aby síla d_{Fiz} byla kolmá na střední aerodynamickou rychlost musela by platit rovnost:

$$\varepsilon=\beta_{st}-\frac{\pi}{2}$$

respektive $\mathrm{tg}\,\varepsilon=\mathrm{tg}\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\sin\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)}=$

$$=\frac{\sin\beta_{st}\cos\frac{\pi}{2}-\cos\beta_{st}\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\beta_{st}\cos\frac{\pi}{2}+\sin\beta_{st}\sin\frac{\pi}{2}}=$$

$$= \frac{-\cos \beta_{st}}{\sin \beta_{st}} = \frac{1}{-\mathrm{tg}\, \beta_{st}}.$$

Výsledek je totožný s rovnici *(c)*, což je důkaz kolmosti.