Příloha **248** článku 12. Základní rovnice lopatkových strojů, http://www.transformacni-technologie.cz/12.html. 12. Essential equations of turbomachines, http://www.transformacni-technologie.cz/en_12.html.

Důkaz tvrzení, že výslednice sil od nestlačitelné tekutiny je kolmá na střední aerodynamickou rychlost

Kontrolním objemem elementárního profilu proudí elementární množství pracovní kapaliny *dm*. Na axiální elementární profil výšky dr působí elementární síla *dF*, která má složky dF_a a dF_u.

Síla na elementární axiální profil svírá s obvodovým směrem úhel ε:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{dF_a}{dF_u}$$

$dF_a=dH_{1,a}-dH_{2,a}+dF_{h,a}+dF_{p,a}$ [12.196].

Protože pro nestlačitelného proudění $c_{1a}=c_{2a}=c_a$ potom změna hybnosti v axiálním směru je nulová, zanedbáním tíhových sil:
$dF_a=dF_{p,a}=dF_p=(p_1-p_2)s\cdot dr$

$p_1-p_2=?$ jedná se nestlačitelné proudění, pro které lze aplikovat Bernoulliho rovnici [11.543] bez uvažování vnějšího zrychlení, jehož vliv lze při proudění po válcových plochách lze zanedbat:

$$\frac{p_1}{\rho}+\frac{w_1^2}{2}=\frac{p_2}{\rho}+\frac{w_2^2}{2}\rightarrow p_1-p_2=\rho\frac{1}{2}(w_2^2-w_1^2)$$

$w_1^2=w_{u1}^2+w_{a1}^2;\qquad w_2^2=w_{u2}^2+w_{a2}^2$ zároveň platí pro axiální složku $w_{a1}=w_{a2}=w_{st,a}$

$$p_1-p_2=\rho\frac{1}{2}\left[(w_{u2}^2+w_a^2)-(w_{u1}^2+w_a^2)\right]=$$

$$=\rho\frac{1}{2}\left[(w_{u2}^2-w_{u1}^2)\right]=\rho\frac{w_{u2}+w_{u1}}{2}(w_{u2}-w_{u1})=$$

$$=\rho\cdot w_{st,u}(w_{u2}-w_{u1})$$

$dF_a=\rho\cdot w_{st,u}\cdot(w_{u2}-w_{u1})s\cdot dr$

$dF_u=dH_{1,u}-dH_{2,u}+dF_{h,u}+dF_{p,u}$ při zanedbání vlivu tíhových sil tlakové síly se v obvodovém směru vyruší.

$dF_u=dH_{1,u}-dH_{1,u}=(c_{u1}-c_{u2})d\dot{m}$
$d\dot{m}=\rho\cdot c_a\cdot s\cdot dr$
$dF_u=(c_{u1}-c_{u2})\cdot\rho\cdot c_a\cdot s\cdot dr$
$c_a=w_{st,a}$

**Poznámka*
Absolutní rychlost je součtem:
$\vec{c}=\vec{w}+\vec{u}\rightarrow c_a=w_a;c_r=w_r;c_u=w_u+u$ takže pro $u_1=u_2$:

$c_{1u}-c_{u2}=w_{u1}+u_1-(w_{u2}+u_1)=w_{u1}-w_{u2}$
$c_a=w_a=w_{st,a}$

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{\rho\cdot w_{st,u}(w_{u1}-w_{u2})s\cdot dr}{(w_{u2}-w_{u1})\cdot\rho\cdot w_{st,a}\cdot s\cdot dr}=\frac{w_{st,u}}{-w_{st,a}}\qquad\text{(a)}$$

$$\mathrm{tg}\,\beta_{st}=\frac{w_{st,a}}{w_{st,u}}\qquad\text{(b)}$$

Porovnáním rovnic *(a)* a *(b)*:

$$\mathrm{tg}\,\varepsilon=\frac{1}{-\mathrm{tg}\,\beta_{st}}\qquad\text{(c).}$$

Aby byl síla d_{Fiz} byla kolmá na střední aerodynamickou rychlost musela by platit rovnost:

$$\varepsilon=\beta_{st}-\frac{\pi}{2}$$

respektive $\mathrm{tg}\,\varepsilon=\mathrm{tg}\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\sin\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\beta_{st}-\frac{\pi}{2}\right)}=$

$$=\frac{\sin\beta_{st}\cos\frac{\pi}{2}-\cos\beta_{st}\sin\frac{\pi}{2}}{\cos\beta_{st}\cos\frac{\pi}{2}+\sin\beta_{st}\sin\frac{\pi}{2}}=$$

$$=\frac{-\cos\beta_{st}}{\sin\beta_{st}}=\frac{1}{-\mathrm{tg}\,\beta_{st}}.$$

Výsledek je totožný s rovnici *(c)*, což je důkaz kolmosti.