

Výpočet střední rychlosti tekutiny protékající mezi dvěma deskami

Průběh rychlosti skrz kanál je funkcí polohy v kanálu tj. $c=f(x)$.

Střední rychlost z této závislosti se vypočítá z rovnosti ploch:

$$\bar{c} \cdot t = \int_{-t/2}^{t/2} c(x) dx \rightarrow \bar{c} = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} c(x) dx.$$

Z rychlostního profilu lze odvodit rovnici pro hmotnostní průtok, která bude při délce desek l m a konstantní hustotu $\rho = konst.$:

$$d\dot{m} = \rho \cdot c(x) \cdot 1 dx \rightarrow \dot{m} = \rho \int_{-t/2}^{t/2} c(x) \cdot 1 dx.$$

Takže rovnice pro výpočet střední rychlosti vypočítaná z rovnice kontinuity by měla tvar [38.228a]:

$$c_m = \frac{\dot{m}}{\rho \cdot A} = \frac{1}{A} \int_{-t/2}^{t/2} c(x) \cdot 1 dx.$$

Protože $A = t \cdot l$:

$$c_m = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} c(x) dx = \bar{c}.$$

Z rychlostního profilu lze odvodit rovnici pro měrnou kinetickou energii proudu, která bude při délce desek l m a konstantní hustotu $\rho = konst.$:

$$e_k \cdot \dot{m} = \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^2(x)}{2} d\dot{m} = \rho \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^2(x)}{2} c(x) \cdot 1 dx =$$

$$= \rho \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^3(x)}{2} 1 \cdot dx$$

$$e_k = \frac{\rho}{\dot{m}} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^3(x)}{2} 1 \cdot dx = \frac{1}{\bar{c} \cdot t} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^3(x)}{2} dx.$$

Takže rovnice pro výpočet střední rychlosti vypočítaná z kinetické energie proudu by měla tvar [38.228c]:

$$c_e = \sqrt{2 \frac{1}{\bar{c} \cdot t} \int_{-t/2}^{t/2} \frac{c^3(x)}{2} dx} = \sqrt{\frac{1}{\bar{c} \cdot l} \int_{-t/2}^{t/2} c^3(x) dx}.$$

Pro parabolický profil při $c_{max} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:
Hledá se řešení pro rovnici paraboly ve tvaru:

$$a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_3 = c$$

Z okrajových podmínek:

$$a_1 \cdot 0^2 + a_2 \cdot 0 + a_3 = c_{max}$$

$$a_1 \left(-\frac{t}{2}\right)^2 - a_2 \frac{t}{2} + a_3 = 0$$

$$a_1 \left(\frac{t}{2}\right)^2 + a_2 \frac{t}{2} + a_3 = 0.$$

Odtud řešení:

$$a_3 = c_{max}; a_2 = 0; a_1 = -\frac{4 \cdot c_{max}}{t^2},$$

$$c(x) = -\frac{4 \cdot c_{max}}{t^2} x^2 + c_{max}.$$

$$\bar{c} = \frac{1}{t} \int_{-t/2}^{t/2} \left(-\frac{4 \cdot c_{max}}{t^2} x^2 + c_{max}\right) dx \doteq 2,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1},$$

$$c_e = \sqrt{\frac{1}{\bar{c} \cdot t} \int_{-t/2}^{t/2} \left(-\frac{4 \cdot c_{max}}{t^2} x^2 + c_{max}\right)^3 dx} \doteq 3,27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$