

275 Příloha článku [12. Základní rovnice lopatkových strojů](#)

Elementární kroutící moment působící k ose rotace rotoru lopatkového stroje od proudu tekutiny protékající stupněm

Proud tekutiny působí na kanál silou F , podle Eulerovy rovnice. Z případu vodního kola výkon turbíny se vypočítá z kroutícího momentu a úhlové rychlosti:

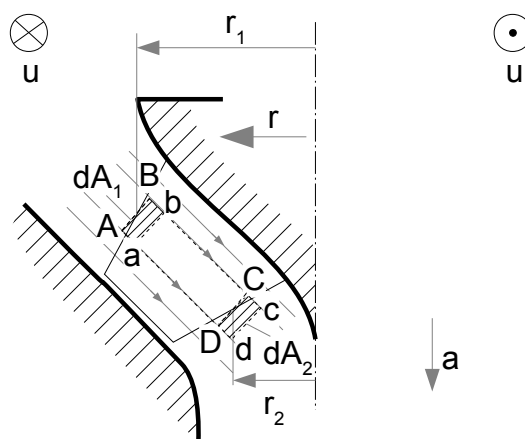
$$P = M_k \cdot \omega \quad [12.255]$$

Kroutící moment vyvolává pouze obvodová složka síly F označována F_u :

$M_k = F_u \cdot r$ (pro velmi krátké lopatky na velkém obvodě – střední průměr-prizmatické lopatky), r [m] poloměr na kterém se nachází působíště síly na lopatku od proudu tekutiny.

U krátkých lopatek čistě axiální nebo radiálních není problém určit jak obvodovou složku síly ta její působíště (střední poloměr), ale u složitějších lopatek a proudění (radiálně-axiální) je to složitější. Lze ale dokázat, že pro výpočet kroutícího momentu není nutné znát působíště síly.

V případě diagonálního lopatkového stroje má síla F složky ve všech směrech tedy i v radiálním, protože do rotoru vstupuje na jiném poloměru než z něj vystupuje:



Kontrolní objem u diagonální turbíny.

K odvození kroutícího momentu je dále použita metoda kontrolního objemu. Kroutící moment, kterým rotor působí na tekutinu v procházející rotorem M_R je rovna změně hybnosti tekutiny protékající strojem za čas (žádná jiná síla působící na tekutinu protékající rotorem nemá složku ve směru obvodovém $/F_h$ ani F_p – jedná se o rotační objem proto bude moment pouze od změny hybnosti proudu tekutiny):

$$M_R = \frac{dK}{d\tau} = -M_k,$$

M_R [N·m] moment k ose rotace, kterým lopatky rotoru působí na tekutinu protékající lopatkovými kanály; M_k [N·m] moment k ose rotace, který vzniká od proudu tekutiny lopatkovými kanály rotoru; K [m²·kg·s⁻¹] moment hybnosti tekutiny v lopatkových kanálech rotoru v okamžiku τ ($K = H_u \cdot r = c_u \cdot m \cdot r$).

$dK = ?$

Do elementárního kontrolního objemu, připomínající kuželový prsteneček, proudí tekutina plochou dA_1 a vystupuje plochou dA_2 . Tekutina obsažená v tomto prstenci bude mít v okamžiku τ moment hybnosti vůči ose rotace dK .

Moment, kterým rotor působí na

tekutinu obsaženou v kontrolním objemu je tedy:

$$dM_R = \frac{d(dK)}{d\tau} = -dM_K.$$

$$d(dK) = d^2K = ?$$

Kontrolní objem změní, za čas dt své hranice $ABCD$ na $A'B'C'D'$. Přičemž moment hybnosti tekutiny v průřezu těchto dvou objemů zůstane stejný, takže změna moment hybnosti tekutiny v kontrolním objemu bude odpovídat změně hybnosti tekutiny obsažení mimo průřez kontrolních objemů:

$$d^2K = d^2K_1 + d^2K_2,$$

$$d^2K_1 = r_1 \cdot c_{1u} \cdot \rho_1 \cdot (-c_{1n}) \cdot d\tau \cdot dA_1 =$$

$$= -r_1 \cdot c_{1u} \cdot d\dot{m}_1 \cdot d\tau,$$

$\rho_1 \cdot (-c_{1n}) \cdot dA_1 = -d\dot{m}_1$ (protože rychlost c směřuje proti kladnému směru normály vstupní plochy, $-dm_1$ je elementární průtok plochou dA_1 z celkové průtočné plochy oběžného kola)

$$d^2K_2 = r_2 \cdot c_{2u} \cdot \rho_2 \cdot c_{2n} \cdot d\tau \cdot dA_2 = r_2 \cdot c_{2u} \cdot d\dot{m}_2 \cdot d\tau,$$

$$c_{2n} \cdot dA_2 = d\dot{m}_2,$$

$$d^2K = r_2 \cdot c_{2u} \cdot d\dot{m}_2 \cdot d\tau - r_1 \cdot c_{1u} \cdot d\dot{m}_1 \cdot d\tau =$$

$$= (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u}) d\dot{m} \cdot d\tau,$$

$$d\dot{m}_1 = d\dot{m}_2 = d\dot{m}.$$

$$dM_R = \frac{d^2K}{d\tau} = (r_2 \cdot c_{2u} - r_1 \cdot c_{1u}) d\dot{m}.$$

Kroutící moment k ose stroje, kterým působí tekutina obsažená v kontrolním objemu na rotor:

$$dM_K = (r_1 \cdot c_{1u} - r_2 \cdot c_{2u}) d\dot{m}.$$

Kroutící moment v celém průtočném objemu rotoru bude vyjádřen integrací poslední rovnice.