

Příloha 409 článku [38. Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny](#),
<http://www.transformacni-technologie.cz/38.html>.

Odvození rovnice impulsní tloušťku mezní vrstvy

Mezní vrstva snižuje i hybnost tekutiny, která se sníží oproti hybnosti při nevazkém proudění:

$$\begin{aligned} \Delta H &= \int_{-l/2}^{l/2} c_{\infty} d\dot{m} - \int_{-l/2}^{l/2} c d\dot{m} = \\ &= \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} c_{\infty} \cdot c dx - \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} c^2 dx = \\ &= \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} (c_{\infty} \cdot c - c^2) dx \quad [38.409]. \end{aligned}$$

Odvození rovnice pošinovací tloušťky mezní vrstvy

Nejprve si stanovme rovnice snížení hmotnostního průtoku kanálem díky mezní vrstvě. Přičemž referenční průtok je průtok při nevazkém proudění:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{m} &= \int_{-l/2}^{l/2} d\dot{m}_{\infty} - \int_{-l/2}^{l/2} d\dot{m} = \\ &= \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} c_{\infty} dx - \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} c dx = \\ &= \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} (c_{\infty} - c) dx \quad [38.409] \end{aligned}$$

l značí jednotkovou šířku kanálu.

Kanál pro nevazké proudění, kterým by mělo proudit stejné množství tekutiny jako při vazkém proudění tedy průtok m , se může zmenšit o tloušťku $2\delta^*$, kterou by proteklo množství Δm :

$$\Delta \dot{m} = \rho \cdot c_{\infty} \cdot 2 \cdot \delta^* \cdot h$$

odtud

$$\delta^* = \frac{\Delta \dot{m}}{\rho \cdot c_{\infty} \cdot 2 \cdot h}$$

$$2 \cdot \rho \cdot c_{\infty} \cdot \delta^* \cdot h = \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} (c_{\infty} - c) dx$$

$$\delta^* = \frac{1}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \left(1 - \frac{c}{c_{\infty}} \right) dx = \frac{l}{2} - \int_{-l/2}^{l/2} \frac{c}{c_{\infty}} dx.$$

Kanál pro nevazké proudění, kterým by měla proudit tekutina o stejném průtoku i hybnosti jako při vazkém proudění, se může zmenšit o tloušťku $2\delta^{**}$, kterým by protekla tekutina o hybnosti ΔH :

$$\Delta H = \rho \cdot c_{\infty} \cdot 2 \cdot \delta^{**} \cdot h \cdot c_{\infty}$$

odtud

$$\delta^{**} = \frac{\Delta H}{\rho \cdot c_{\infty}^2 \cdot 2 \cdot h}$$

$$\rho \cdot 2 \cdot \delta^{**} \cdot h \cdot c_{\infty}^2 = \rho \cdot h \int_{-l/2}^{l/2} (c \cdot c_{\infty} - c^2) dx$$

$$\delta^{**} = \frac{1}{2} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{c}{c_{\infty}} \left(1 - \frac{c}{c_{\infty}} \right) dx.$$

Odvození rovnic pro energetickou tloušťku mezní vrstvy

Mezní vrstva snižuje i kinetickou energii tekutiny, která se sníží oproti kinetické energii při nevazkém proudění:

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \int_{-1/2}^{1/2} \frac{c_\infty^2}{2} d\dot{m} - \int_{-1/2}^{1/2} \frac{c^2}{2} d\dot{m} = \\ &= \rho \cdot h \int_{-1/2}^{1/2} \frac{c_\infty^2}{2} \cdot c \, dx - \rho \cdot h \int_{-1/2}^{1/2} \frac{c^3}{2} \, dx = \\ &= \rho \cdot h \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{c_\infty^2}{2} c - \frac{c^3}{2} \right) dx \quad [38. 409].\end{aligned}$$

Kanál pro nevazké proudění, kterým by měla proudit tekutina o stejném průtoku i kinetické energii jako při vazkém proudění, se může zmenšit o tloušťku $2\delta^{***}$, kterým by protekla tekutina o kinetické energii ΔE_k :

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \rho \cdot c_\infty \cdot 2 \cdot \delta^{***} \cdot h \frac{c_\infty^2}{2} \\ \delta^{***} &= \frac{\Delta E_k}{\rho \cdot c_\infty^3 \cdot h} \\ \rho \cdot c_\infty \cdot 2 \cdot \delta^{***} \cdot h \frac{c_\infty^2}{2} &= \rho \cdot h \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{c_\infty^2}{2} c - \frac{c^3}{2} \right) dx \\ \delta^{***} &= \frac{1}{2} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{c}{c_\infty} \left(1 - \frac{c^2}{c_\infty^2} \right) dx.\end{aligned}$$