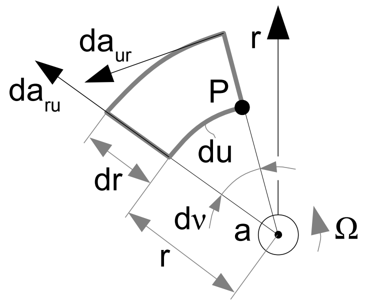

V tomto případě je popis nejsložitější. Nutno si uvědomit, že má-li látka v bodě *P* obvodovou rychlost a_u, pak má i úhlovou rychlost Ω kolem osy *a*:

$$\Omega=\frac{a_u}{r} \qquad \text{(d).}$$

To znamená, že nemá-li látka kolem bodu *P* rotovat, ale pouze se posouvat musí rameno *dr* z bodu *P* mít přesně opačnou úhlovou rychlost $-\Omega$:

$$-\Omega=\frac{(da_{ur})}{dr} \qquad \text{(e).}$$

Diferenciál (da_{ur}) v poslední rovnici označuje záporný přírůstek obvodové složky rychlosti, který je nutný, aby látka nerotovala kolem bodu *P* od změny obvodové složky v radiálním směru.

To znamená, že úhlová rychlost rotace kolem bodu *P* od změn obvodové složky bude rovna rozdílu celkového přírůstku obvodové rychlosti v radiálním směru da_{ur} a (da_{ur}) (takže jestliže přírůstek obvodové rychlosti v radiálním směru bude nulový bude látka v nejbližším okolí bodu *P* rotovat úhlovou rychlostí Ω):

$$\omega_{a1}=\frac{da_{ur}-(da_{ur})}{dr} \qquad \text{(f).}$$

Diferenciál (da_{ur}) se vyjádří z rovnosti *Rovnic (d)* a *(e)*:

$$\frac{a_u}{r}=-\frac{(da_{ur})}{dr},$$

$$(da_{ur})=-\frac{a_u\cdot dr}{r}.$$

Dosazením do *Rovnice (f)*:

$$\omega_{a1}=\frac{r\cdot da_{ur}+a_u\cdot dr}{r\cdot dr}.$$

Součet diferenciálů $r\cdot da_{ur}+a_{ur}\cdot dr$ je to samé jako $d(r\cdot a_{ur})$, takže poslední rovnici lze také psát ve tvaru:

$$\omega_{a1}=\frac{d(r\cdot a_{ur})}{r\cdot dr}.$$

Rotace způsobená od přírůstku rychlosti a_r v obvodovém směru už je bez záludností:

$$\omega_{a2}=-\frac{da_{ru}}{du}.$$

Takže pro úhlovou rychlost ve směru osy *a* psát:

$$\omega_a=\frac{1}{2}\left(\frac{d(r\cdot a_{ur})}{r\cdot dr}-\frac{da_{ru}}{du}\right).$$

Opět lze diferenciál pro oblouk upravit podle *Vzorce (a)*:

$$\omega_a=\frac{1}{2}\left(\frac{d(r\cdot a_{ur})}{r\cdot dr}-\frac{1}{r}\frac{da_{ru}}{d\nu}\right).$$

Jednotlivé přírůstky složek rychlosti lze zapsat pomocí symboliky pro parciální derivace podle kapitoly 42. Parciální derivace:

$$\omega_a=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot a_{ur})}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial a_{ru}}{\partial \nu}\right) \qquad \text{(e).}$$

Podle pravidle vektorové analýzy lze zapsat jednotlivé složky vektoru úhlové rychlosti ve tvaru:

$$\frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\vec{a}=\left(\frac{1}{r}\frac{\partial a_a}{\partial \nu}-\frac{\partial a_u}{\partial a}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial a_r}{\partial a}-\frac{\partial a_a}{\partial r}\right)\vec{j}+$$
$$+\left(\frac{1}{r}\frac{\partial (r\cdot a_u)}{\partial r}-\frac{1}{r}\frac{\partial a_r}{\partial \nu}\right)\vec{k}.$$

681

Rotace potenciálního vektorového pole

$$\mathrm{rot}(\mathrm{grad}\ u)=\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial z}-\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial y}\right)\vec{i}+$$
$$+\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}-\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial z}\right)\vec{j}+\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}\right)\vec{k}=\vec{0}.$$

961

Zrychlení tekutiny – odvození vektorového zápisu

Vektor zrychlení tekutiny bude ve tvaru:

$$\vec{a}=\frac{d\,c_{yz}}{dt}\vec{i}+\frac{d\,c_{xz}}{dt}\vec{j}+\frac{d\,c_{xy}}{dt}\vec{k},$$

kde $\mathbf{dc_{yz}}$ je přírůstek funkce rychlosti ve směru x atd.; **dt** přírůstek času.

Jednotlivé složky lze rozšířit o 1 respektive o poměry *dx/dx*, *dy/dy* a *dz/dz*:

$$\vec{a}=\frac{dc_{yz}}{dx}\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dc_{xz}}{dy}\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dc_{xy}}{dz}\frac{dz}{dt}\vec{k}.$$

Funkce, která vznikne derivací *dx/dt* je udává rychlost ve směru osy x (souřadnice y a z jsou konstantami), jedná se tedy o stejnou funkci jako c_{yz}. Stejně lze postupovat i u dalších podobných derivací:

$$\vec{a}=\frac{dc_{yz}}{dx}c_{yz}\vec{i}+\frac{dc_{xz}}{dy}c_{yz}\vec{j}+\frac{dc_{xy}}{dz}c_{xy}\vec{k} \qquad \text{(a).}$$

Podle pravidel diferenciálního počtu respektive pro derivace platí rovnost:

$$u\,du=d\left(\frac{u^2}{2}\right).$$

Podle posledního pravidla lze tedy upravit *Rovnici (a)* takto:

$$\vec{a}=\frac{d\left(\frac{c_{yz}^2}{2}\right)}{dx}\vec{i}+\frac{d\left(\frac{c_{xz}^2}{2}\right)}{dy}\vec{j}+\frac{d\left(\frac{c_{xy}^2}{2}\right)}{dz}\vec{k}.$$

Podle zápisu pro parciální derivaci [42.269] lze poslední rovnici napsat i ve tvaru:

$$\vec{a}=\frac{\partial\left(\frac{c^2}{2}\right)}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial\left(\frac{c^2}{2}\right)}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial\left(\frac{c^2}{2}\right)}{\partial z}\vec{k}.$$

Při porovnání se vzorcem pro gradient [42.417] lze psát:

$$\vec{a}=\mathrm{grad}\left(\frac{c^2}{2}\right).$$