Od vzorců k funkcím

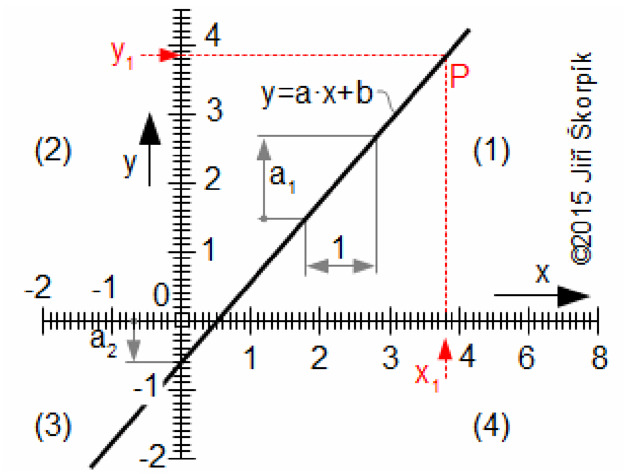
Vzorce máme proto, že pro každý jednotlivý případ může být hodnota počítané veličiny jiná se změnou zadávaných hodnot. To znamená, že počítaná veličina je závislá neboli je **funkcí** jiných veličin, které se mohou měnit. Takže když se řekne, že nějaká veličina je funkcí jiné, tak tím zdůrazňujeme její závislost na jedné nebo více jiných veličin [24, s. 133].

Například v případě vzorce pro obvodovu rychlost lze konstatovat, že obvodová rychlost *u* je funkcí průměru kola *d* a otáček *n*. V řeči matetematiky se to vyjádří zápisem $u=f(d, n)$ nebo také $f(d, n)=\pi \cdot d \cdot n$, v technické praxi je obvyklejší kratší označení $u(d, n)$. Písmeno *f* označuje, že se jedná o funkci.

Grafické vyjádření funkcí aneb analytická geometrie v rovině

Výpočty vzorců lze provádět i pomocí analytické geometrie.

Spojitost mezi geometrií a algebrou objevil francouzský matematik **René Descartes** (1596-1650) [21, s. 161], [10, s. 97]. Jeho objev znamená, že geometrické útvary, jejichž souřadnice jsou zapsány v **pravoúhlé soustavě souřadnic**, lze zapsat algebraickou rovnicí a naopak. Pro dvourozměrné geometrické útvary postačí systém souřadnic *x-y* a pro trojrozměrné objekty *x-y-z* viz. dále kapitola Analytická geometrie v prostoru. Písmena *x*, *y* jsou označení os (stupnic) reálných čísel, které jsou na sebe kolmé:



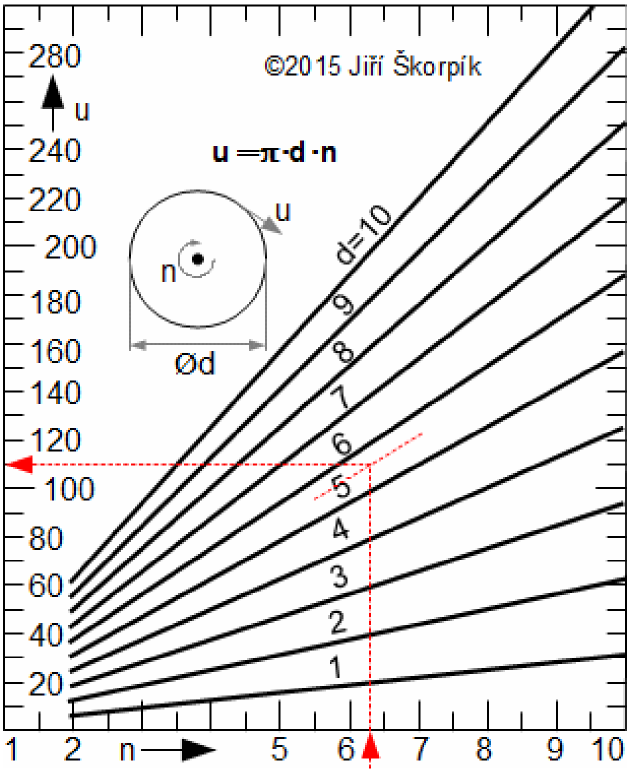
9.999 *Znázornění přímky v soustavě souřadnic zavedené Descartem.*
Každý bod přímky odpovídá vzorci $y=a_1 \cdot x+a_2$, kde a_1, a_2 jsou konstanty, lze v soustavě souřadnic *x-y* vyjádřit jednoznačně souřadnicí *[x, y]*. Na obrázku je přímka o parametrech: $a_1=1,2$; $a_2=-0,7$. Bodu *P* lze jednoznačně přiřadit souřadnici $[x_1;\ y_1]$. Čtyři základní oblasti pravoúhlé soustavy souřadnic se nazývají kvadranty *(1)* až *(4)*, což umožňuje snadnější orientaci v takové rovině při ústním podání apod. Další frekventované funkce znázorňované v rovině naleznete například v [1, s. 163].

Grafické znázornění rovnic se nazývá **grafem**. Graf zkonstruovaný za účelem nalezení řešení vzorce pro vybrané proměnné se nazývá nomogram:

Výpočty vzorců pomocí nomogramů

Nomogram je grafická analogová výpočetní pomůcka [14], [15]. Jedná se o převod funkcí do grafické podoby ve vhodně vybraném soustavě souřadnic (nejčastěji pravoúhlé(8)). Nomogramy, na rozdíl od pravítek, umožňují rychlý výpočet rovnic více proměnných. Používají se pro rychlý přibližný výpočet často používaných vzorců.

Například nomogram pro výpočet obvodové rychlosti kola tvořen přímkami, protože pro konstantní průměr kola je tato rovnice rovnicí přímky. Takový nomogram lze zkonstruovat pouze pravítkem. Nutné je stanovit rozsah jednotlivých proměnných (podle toho, které kombinace *d* a *n* nás zajímají):



10.1077 *Nomogram pro výpočet obvodové rychlosti kola.*
u [$m \cdot s^{-1}$]; **d** [m]; **n** [s^{-1}]. Osa otáček je v intervalu *1* až *10* s^{-1}, osa obvodové rychlosti kola *0* až *300* $m \cdot s^{-1}$. Do oblasti řešení, která je vymezená vodorovnou osu hodnot pro otáčky a svislou pro obvodovou rychlost kola se zakreslují průběhy změn obvodové rychlosti v závislosti na otáčkách pro jednotlivé průměry kola (čára, na které je jedna z proměnných konstantní – v tomto případě průměr kola se nazývá **izopléta**). První izopléta byla nakreslena ze souřadnic $u=3{,}1415$ při $n=1$ do bodu $u=31{,}415$ při $n=10$. Následující izopléty byly nakresleny stejným postupem. Obvodová rychlost kola se odečte z průsečíku zadaných hodnot otáček a průměru kola.

(8) *Poznámka*
Osy soustavy souřadnic nemusí být navzájem kolmé, ale mohou svírat i jiný úhel než *90°*. V systému skloněných os se poměrově zvětší či změnší úhly mezi isoplétami a osami nomogramu. Například pokud by osa *x* svírala s osou *y* úhel *70°*, pak by se úhel mezi isoplétami a osami zmešil poměrem *70/90* apod.

Je očividné, že takový nomogram pro funkci tří proměnných nemůže pokrýt všechny možnosti řešení v navrženém intervalu vstupních proměnných, to by musel obsahovat nekonečný počet izoplét, a nikoliv jen deset. Jestliže nomogram neobsahuje izoplétu splňující zadání, je nutné její průběh určit alespoň přibližně tak jak naznačuje přerušovaná čára příkladu výpočtu obvodové rychlosti pro $n=6{,}3\ s^{-1}$ a $d=5{,}6\ m$.

Přesnost nomogramů je dána převážně jeho fyzickou velikostí. Rozsah chyby (chyba, která vznikne na délce *1 mm* osy nomogramu) lze jednoduše stanovit z měřítka nomogramu. Tato chyba nemusí být na celé ploše nomogramu stejná. Například v případě posledního nomogramu v oblasti kolem $n=2$, $d=2$ bude vzdálenost *1 mm* na ose obvodových otáček kola představovat chybu o velikosti *~24 %* a v oblasti $n=9$, $d=10$ ta chybě jen *~1 %*. Rozdíly v přesnosti lze vyřešit nelineárními stupnicemi os, tak aby chyba v odečtu byla přibližně stejná na celé ploše nomogramu.

Typ nelineární stupnice osy závisí na druhu rovnice, kterou nomogram zobrazuje, přičemž každá osa může mít jinou stupnici. Pro exponenciální rovnice (včetně exponentu *1*) se nejčastěji používá logaritmická stupnice, ale ve speciálních případech lze použít stupnici kvadratické (pro kvadratické rovnice) atd.