Příloha **518** článku [39. Efekty při proudění vysokými rychlostmi](http://www.transformacni-technologie.cz/39.html), http://www.transformacni-technologie.cz/39.html.

Odvození Hugoniotova teorému

Proudění plynu v proudové trubici proměnlivého průřezu lze popsat rovnicí Prvního zákona termodynamiky pro otevřený systém s tím, že proudění nepředává práci v ně tohoto systému.

Elementární objem plynu *dm* protéká trubicí proměnlivého průřezu a na délce trasy *x* vykoná práci:

$$da_i = dq - du - d(p\cdot v) - \frac{dc^2}{2} - g\cdot dz \qquad [43.288]$$

$$da_i = 0\,,$$
$$dq \approx 0\,,$$
$$g\cdot dz \approx 0\,,$$
$$0 = 0 - du - p\,dv - vdp - c\,dc.$$

Při dokonalém proudění bez vírů a mísení lze jednotlivé elementární objemu pracovního plynu *dV* považovat za uzavřený termodynamický systém pro který platí:

$$0 = du + pdv \qquad [43.288]$$

$$c\cdot dc + \frac{1}{\rho}\cdot dp = 0 \qquad (a).$$

Druhá rovnice nutná pro vyřešení je rovnice kontinuity:

$$\rho\cdot A\cdot c = \dot{m} = \text{konst.}$$

Přírůstek neboli totální diferenciál hmotnostního průtoku lze vyjádřit ve tvaru [42.387]:

$$d\dot{m} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial A}dA + \frac{\partial \dot{m}}{\partial c}dc + \frac{\partial \dot{m}}{\partial \rho}d\rho = 0,$$

$$\frac{\partial \dot{m}}{\partial A} = c\cdot\rho;\ \frac{\partial \dot{m}}{\partial c} = A\cdot\rho;\ \frac{\partial \dot{m}}{\partial \rho} = A\cdot c,$$

$$d\dot{m} = c\cdot\rho\,dA + A\cdot\rho\,dc + A\cdot c\,d\rho = 0,$$

$$\frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dc}{c} = 0 \qquad (b).$$

Rovnici *(a)* lze upravit na tvar vhodný pro dosazení do rovnice *(b)*:

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{c\cdot dc}{dp}$$

$$-\frac{c\cdot dc}{dp}d\rho + \frac{dA}{A} + \frac{dc}{c} = 0 \qquad (c).$$

Derivaci $\frac{dp}{d\rho} = ?$ lze vyjádřit z rovnice adiabaty, protože děj považujeme za adiabatický:

$$p\frac{1}{\rho^\kappa} = \text{konst.} = K$$

Přírůstek konstanty *K* je nulový, takže pro něj lze psát:

$$dK = \frac{\partial K}{\partial p}dp + \frac{\partial K}{\partial \rho}d\rho = 0 \qquad [42.377]$$

$$\frac{\partial K}{\partial p} = \frac{1}{\rho^\kappa};\ \frac{\partial K}{\partial \rho} = -\kappa p\frac{1}{\rho^{\kappa+1}}$$

$$\frac{1}{\rho^\kappa}dp - \kappa p\frac{1}{\rho^{\kappa+1}}d\rho = 0$$

$$\frac{dp}{d\rho} = \kappa p\frac{1}{\rho}$$

$\frac{p}{\rho} = r\cdot T$ [43.956] (stavová rovnice ideálního plynu)

$$\frac{dp}{d\rho} = \kappa r\cdot T = a^2 \qquad [39.337]$$

Dosazení poslední rovnice do rovnice *(c)*:

$$-\frac{c\cdot dc}{a^2}+\frac{dA}{A}+\frac{dc}{c}=0$$

$$-\frac{c\cdot dc}{a^2}\cdot\frac{c}{c}+\frac{dA}{A}+\frac{dc}{c}=0$$

$$-Ma^2\frac{dc}{c}+\frac{dA}{A}+\frac{dc}{c}=0$$

$$\frac{dA}{A}+\frac{dc}{c}(1-Ma^2)=0.$$