Tato Příloha **54** je součástí článku 43. Technická termomechanika, http://www.transformacni-technologie.cz/technicka-termomechanika.html.

Měrná práce Carnotova oběhu

$$a=\oint p\cdot dv=\int_1^2 p\cdot dv+\int_2^3 p\cdot dv+\int_3^4 p\cdot dv+\int_4^1 p\cdot dv$$ [43. id603].

$$\int_1^2 p\cdot dv=?$$

$$p=r\cdot T\frac{1}{v}$$ [43. id956] (a)

r=konst. pracovní plyn v průběhu změny stavu nemění individuální plynovou konstantu,

$T=T_1$=konst. na tomto úseku probíhá izotermická změna stavu pracovního plynu,

$$r\cdot T_1\int_1^2 \frac{1}{v}\cdot dv=r\cdot T_1 \ln\frac{v_1}{v_2}\ .$$

$$\int_2^3 p\cdot dv=?$$

Rovnice pro tlak je stejná jako na řádku *(a)* ovšem děj neprobíhá izotermicky, ale adiabaticky a teplota se tedy v průběhu děje mění:

$$p=p_2\left(\frac{v_2}{v}\right)^{\kappa}$$ [43. id945] (b)

$$\int_2^3 p\cdot dv=p_2\cdot v_2^{\kappa}\int_2^3 \frac{1}{v^{\kappa}}\cdot dv=\frac{p_2\cdot v_2^{\kappa}}{1-\kappa}\left(v_3^{(1-\kappa)}-v_2^{(1-\kappa)}\right)$$

$\int_4^4 p\cdot dv = r\cdot T_3 \ln\frac{v_3}{v_4}$ jedná se o izotermickou změnu jako na prvním úseku *1-2* s tím rozdílem, že tentokrát se změna koná při teplotě T_3.

$\int_1^4 p\cdot dv = \frac{p_4\cdot v_4^{\kappa}}{1-\kappa}\left(v_1^{(1-\kappa)} - v_4^{(1-\kappa)}\right)$ jedná se o stejnou adiabatickou změnu jako na úseku *2-3*, která ovšem začíná v bodě *4*.

Přičemž součet integrálů na úsecích *2-4* a *4-1* (součet adiabatických prací) je nulový:

$$\int_2^3 p\cdot dv + \int_1^4 p\cdot dv =$$
$$= \frac{1}{1-\kappa}\left(p_2\cdot v_2^{\kappa}\cdot v_3^{(1-\kappa)} - p_2\cdot v_2 + p_4\cdot v_4^{\kappa}\cdot v_1^{(1-\kappa)} - p_4\cdot v_4\right) =$$
$$= \frac{1}{1-\kappa}\left(p_2\frac{v_2^{\kappa}}{v_3^{\kappa}}v_3 - p_2\cdot v_2 + p_4\frac{v_4^{\kappa}}{v_1^{\kappa}}v_1 - p_4\cdot v_4\right) =$$
$$= \frac{1}{1-\kappa}\left(p_3\cdot v_3 - p_2\cdot v_2 + p_1\cdot v_1 - p_4\cdot v_4\right)$$

Ze stavové rovnice ideálního plynu *(a)* pro izotermický děj:

$p_1\cdot v_1 = p_2\cdot v_2 = r\cdot T_1$; $p_3\cdot v_3 = p_4\cdot v_4 = r\cdot T_3$.

Odtud:

$$\int_2^3 p\cdot dv + \int_1^4 p\cdot dv = 0\,.$$

Celková měrná práce Carnotova oběhu tedy je:

$$a = \oint p\cdot dv = r\cdot T_1 \ln\frac{v_1}{v_2} + r\cdot T_3 \ln\frac{v_3}{v_4}\,.$$

Teplo dodané do Carnotova oběhu

Pro úsek 1-2:

$$q_{1-2}=\int_1^2 dq=\int_1^2 c_v\cdot dT+\int_1^2 p\cdot dv=r\cdot T_1 \ln\frac{v_1}{v_2}>1$$ protože $v_1>v_2$.

Pro úsek 2-3:

$$q_{2-3}=\int_2^3 dq=0 .$$

Pro úsek *3-4*:

$$q_{3-4}=\int_3^4 dq=r\cdot T_3 \ln\frac{v_3}{v_4}<1$$ protože $v_3<v_4$.

Takže teplo dodané bude rovno dodanému teplu na úseku *1-2*.

$q_D=q_{1-2}$.

Teplo na úseku *3-4* se nazývá teplo odvedené:

$q_{Od}=q_{3-4}$.

Tepelná účinnost Carnotova oběhu

$$\eta_t=\frac{a}{q_D}=1+\frac{T_3 \ln\frac{v_3}{v_4}}{T_1 \ln\frac{v_1}{v_2}}$$ [43. id616]

Ze stavové rovnice *(a)* a z rovnice adiabaty lze pro poměr měrných objemů mezi body *2-3* a *4-1* odvodit podle

[1, s. 106]:

$$\frac{p_3}{p_2}=\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{\kappa}=\frac{T_3\cdot v_2}{v_3\cdot T_2}\rightarrow\frac{T_3}{T_1}=\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{(\kappa-1)}$$

$$\frac{p_1}{p_4}=\left(\frac{v_4}{v_1}\right)^{\kappa}=\frac{T_1\cdot v_4}{v_1\cdot T_4}\rightarrow\frac{T_3}{T_1}=\left(\frac{v_1}{v_4}\right)^{(\kappa-1)},$$

odtud je zřejmé, že musí platit rovnost poměrů:

$$\frac{v_2}{v_3}=\frac{v_1}{v_4}\rightarrow\frac{v_4}{v_3}=\frac{v_1}{v_2}.$$

$$\eta_t=\frac{a}{q_D}=1-\frac{T_3\ln\frac{v_4}{v_3}}{T_1\ln\frac{v_1}{v_2}}=1-\frac{T_3}{T_1}.$$

Odkazy

1. KALČÍK, Josef, SÝKORA, Karel. *Technická termomechanika*, 1973. 1. vydání, Praha: Academia.