

Příloha 809 článku [16. Základy aerodynamiky profilů lopatek a lopatkových mříží](#),

<http://www.transformacni-technologie.cz/16.html>.

## Odvození rovnice pro hustotu lopatkové mříže

Rovnice pro hustotu lopatkové mříže vychází z porovnání tvaru vzorce pro výpočet obvodové síly na základě experimentální aerodynamiky [16.637] se vzorcem pro výpočet stejné síly odvozené z Eulerovy rovnice pro sílu působící na lopatku v lopatkové mříži [12.285].

Podle Eulerovy rovnice je síla působící na elementární délku jedné lopatky rovna:

$$dF_u = (c_{1u} - c_{2u}) d\dot{m} + dF_{p,u} + dF_{h,u} \quad [12.196]$$

$$c_{1u} - c_{2u} = \Delta c_u$$

$$l_E = u \cdot \Delta c_u \rightarrow \Delta c_u = \frac{l_E}{u} \quad [12.284], \quad [14.318]$$

axiální stupeň.

$$d\dot{m} = \frac{1}{z} c_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr$$

$z$  [-] počet lopatek,

$$dF_{p,u} = 0$$

$$dF_{h,u} = 0 \quad (\text{zanedbání hmotnostních sil})$$

$$dF_u = \frac{l_E}{z \cdot u} c_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr \quad (a).$$

Podle experimentální aerodynamiky je síla působící na elementární délku jedné lopatky turbínové mříže rovna:

$$\cos(x + \bar{\varepsilon}) = \frac{dF_u}{dF} \quad [16.637]$$

$$90^\circ - x = 180^\circ - \beta_{st}$$

$$x = \beta_{st} - 90^\circ$$

$$\cos(\beta_{st} + \bar{\varepsilon} - 90^\circ) = \frac{dF_u}{dF} = \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})$$

$$dF_u = dF \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})$$

$$dF = \frac{1}{\cos \bar{\varepsilon}} dF_z \quad [16.637].$$

$$dF_z = c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr \quad [16.637]$$

$$dF = \frac{1}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr$$

$$dF_u = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr \quad (b).$$

Z rovnosti rovnic (a) a (b) lze odvodit délku tětiny:

$$\frac{l_E}{z \cdot u} c_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr$$

$$\frac{l_E}{z \cdot u} c_a \cdot 4 \cdot \pi \cdot r = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \cdot w_{st}^2 \cdot c$$

$$c = \frac{l_E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r}{z \cdot u \cdot c_z \cdot w_{st}^2} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})} \quad (c).$$

Hustota lopatkové mříže je definována vzorcem:

$$\sigma = \frac{c}{s} \quad [15.619]$$

$$s = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z}$$

$$c = \sigma \cdot s = \sigma \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z}.$$

Dosazením poslední rovnice do rovnice (c):

$$\sigma = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z} = \frac{l_E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r}{z \cdot u \cdot c_z \cdot w_{st}} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot l_E}{u \cdot c_z \cdot w_{st}} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}$$

Přičemž druhý zlomek na pravé straně rovnice má na výsledek velmi malý vliv, což lze dokázat následující úpravou:

$$\frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\bar{\varepsilon} + \beta_{st})} =$$

$$= \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin \bar{\varepsilon} \cdot \cos \beta_{st} + w_{st} \cdot \cos \bar{\varepsilon} \cdot \sin \beta_{st}} =$$

$$= \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st,u} \cdot \sin \bar{\varepsilon} + c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}} \approx 1, \text{ protože člen } w_{st,u} \cdot \sin \varepsilon \text{ je obvykle velmi malý.}$$

Podle experimentální aerodynamiky je síla působící na elementární délku jedné lopatky mříže pracovního stroje rovna:

$$\cos(x - \bar{\varepsilon}) = \frac{dF_u}{dF} \quad [16.637]$$

$$x - \bar{\varepsilon} = 180^\circ - 90^\circ - \bar{\varepsilon} - \beta_{st} = 90^\circ - \bar{\varepsilon} - \beta_{st}$$

$$x = 90^\circ - \beta_{st}$$

$$\cos(90^\circ - \beta_{st} - \bar{\varepsilon}) = \frac{dF_u}{dF} = -\sin(-\beta_{st} - \bar{\varepsilon}) = \sin(\beta_s$$

$$dF_u = dF \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})$$

$$dF = \frac{1}{\cos \bar{\varepsilon}} dF_z \quad [16.637]$$

$$dF_z = c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr \quad [16.637].$$

$$dF = \frac{1}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr$$

$$dF_u = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr \quad (d).$$

Z rovnosti rovnic (a) a (d) lze odvodit délku tětiny:

$$\frac{l_E}{z \cdot u} c_a 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \frac{1}{2} \rho \cdot w_{st}^2 \cdot c \cdot dr$$

$$\frac{l_E}{z \cdot u} c_a 4 \cdot \pi \cdot r = \frac{\sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}{\cos \bar{\varepsilon}} c_z \cdot w_{st}^2 \cdot c$$

$$c = \frac{l_E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r}{z \cdot u \cdot c_z \cdot w_{st}} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{z} = \frac{l_E \cdot 4 \cdot \pi \cdot r}{z \cdot u \cdot c_z \cdot w_{st}} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot l_E}{u \cdot c_z \cdot w_{st}} \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\beta_{st} + \bar{\varepsilon})}$$

Přičemž druhý zlomek na pravé straně rovnice má na výsledek velmi malý vliv, což lze dokázat následující úpravou:

$$\frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin(\bar{\varepsilon} + \beta_{st})} =$$

$$= \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st} \cdot \sin \bar{\varepsilon} \cdot \cos \beta_{st} + w_{st} \cdot \cos \bar{\varepsilon} \cdot \sin \beta_{st}} =$$

$$= \frac{c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}}{w_{st,u} \cdot \sin \bar{\varepsilon} + c_a \cdot \cos \bar{\varepsilon}} \approx 1, \text{ protože člen } w_{st,u} \cdot \sin \varepsilon \text{ je obvykle velmi malý.}$$

Takže pro lopatkové mříže turbín i pracovních strojů platí stejný vztah.