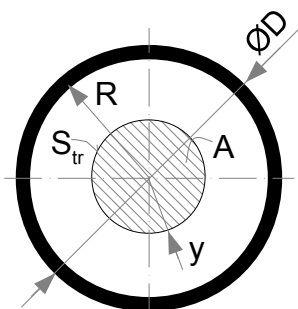


Příloha 855 článku [38. Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny](http://www.transformacni-technologie.cz/38.html),
<http://www.transformacni-technologie.cz/38.html>.

Odvození rovnice ztrátového součinitele pro laminární proudění potrubím

Třením tekutiny v jednotlivých vrstvách třecí síla F_{tr} , která se vypočítá jako součin třecí-styčné plochy a tečného napětí τ v tekutině.



Obrázek k odvození ztrátového součinitele v potrubí kruhového průřezu.

Třecí síla na poloměru y v potrubí:

$$\begin{aligned} F_{tr} &= S_{tr} \cdot \tau \\ S_{tr} &= 2\pi \cdot y \cdot L \\ \tau &= \eta \frac{dw}{dy} \quad [38.655] \\ F_{tr} &= 2\pi \cdot y \cdot L \cdot \eta \frac{dw}{dy} . \end{aligned}$$

Tuto třecí sílu proudění překoná díky síle od rozdílu tlaku mezi vstupem a výstupem z kanálu, která je tlakovou ztrátou Δp_z , tato síla působí opačným směrem než síla třecí:

$$\begin{aligned} -F_{tr} &= A \cdot \Delta p_z \\ A &= \pi \cdot y^2 \\ (\text{průtočný průřez na poloměru } y). \end{aligned}$$

Z rovnosti rovnice (a) a (b):

$$\begin{aligned} \pi \cdot y^2 \Delta p_z &= 2\pi \cdot y \cdot L \cdot \eta \frac{dw}{dy} \\ dw &= -\frac{\Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \cdot y dy . \end{aligned}$$

Integrací poslední rovnice získáme rychlost w na souřadnici y :

$$w = \int dw = -\frac{\Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \int y dy = -\frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} y^2 + C .$$

Pro podmínku $y=R$ bude $w=0$:

$$\begin{aligned} w(R) = 0 &= -\frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} R^2 + C \\ C &= \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} R^2 \end{aligned}$$

Odtud pro rychlost na souřadnici y :

$$w = \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} (R^2 - y^2) .$$

Elementární průtok na poloměru y bude tedy:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad d\dot{V} &= w \cdot dA = w \cdot \pi \cdot 2y dy = \\ &= \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} (R^2 - y^2) \pi \cdot 2y dy \\ \dot{V} &= \frac{\pi \Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \int_0^R (R^2 - y^2) y dy = \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta} . \end{aligned}$$

Odtud pro tlakovou ztrátu v potrubí kruhového průřezu:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta} \\ w \frac{\pi \cdot D^2}{4} &= \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta} \quad (\text{zde } w \text{ je střední} \\ \text{rychlost proudění}) \\ w D^2 \cdot 32 \cdot L \cdot \eta &= \Delta p_z \cdot D^4 \\ \Delta p_z &= D^{-2} \cdot 32 \cdot L \cdot \eta \cdot w \end{aligned}$$

$$\Delta p_z = D^{-2} \cdot 32 \cdot L \cdot \eta \frac{w^2}{2} \frac{2}{w}$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{w \cdot D^2} L \cdot \eta \frac{w^2}{2} \frac{\rho}{\rho}$$

$$v = \frac{\eta}{\rho} [38.655]$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{w \cdot D^2} L \cdot v \frac{w^2}{2} \rho$$

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu} [38.656]$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \rho \frac{w^2}{2}$$

Při porovnání poslední rovnice s rovnicí Darcy-Weisbach pro tlakovou ztrátou v potrubí [38. id657] je zřejmé, že ztrátový součinitel potrubí je:

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$