Tato Příloha **898** je součástí článku 22. Větrné turbíny a ventilátory, http://www.transformacni-technologie.cz/vetrne-turbiny-a-ventilatory.html.

Odvození základních rovnic aerodynamického výpočtu větrné turbíny

Obvodová síla působící na element lopatky větrné turbíny

Kontrolní objem lopatky rotoru bez skříně je uveden v [12. id285]:

$dF_u = (c_{1u} - c_{2u})\, d\dot{m} + dF_{p,u} + dF_{h,u}$ [12. id196]

$c_{1u} - c_{2u} = \Delta c_u$

$l_u = u \cdot \Delta c_u$ [12. id284]   aplikováno na axiální stupeň

$$\Delta c_u = \frac{l_u}{u}$$

$l_u = a_{opt}$ (při zanedbání ztrát)

$$d\dot{m} = \frac{1}{z} c_a \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr$$

z [-]   počet lopatek,

$dF_{p,u} = 0$

$dF_{h,u} = 0$ (zanedbání hmotnostních sil)

$$dF_u = \frac{a_{opt}}{z \cdot u} c_a 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \rho \cdot dr \cdot$$

Axiální síla působící na element lopatky větrné turbíny

$dF_a = (c_{1a} - c_{2a})\,d\dot{m} + dF_{p,a} + dF_{h,a}$ [12. id196]

$c_{1a} = c_{2a}$ (čistě axiální stupeň, nestlačitelné proudění)

$dF_{p,a} = (p_1 - p_2)\,dA$

$$dA = \frac{1}{z} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

$$dF_{p,a} = (p_1 - p_2) \frac{1}{z} 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dr$$

$p_1 - p_2 = \Delta p$

$dF_{h,a} = 0$ (zanedbání hmotnostních sil).

$$dF_a = \frac{2}{z} \Delta p \cdot \pi \cdot r \cdot dr\ .$$

Rozdíl tlaků před a za rotorem větrné turbíny

$\Delta p = ?$

$$a_i = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} - \frac{p_2}{\rho} - \frac{c_2^2}{2} = a_{opt}$$ [11. id543] (při zanedbání ztrát)

$$\frac{\Delta p}{\rho} = a_{opt} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

$c_2^2 = c_{2u}^2 + c_{2a}^2$ [12. id285]

$$c_{2u} = c_{1u} - \Delta c_u = c_{1u} - \frac{a_{opt}}{u}$$

$c_{1u} = 0$ [22. id166]

$c_{2a} = c_a$ [22. id153]

$$c_2^2=\left(\frac{a_{opt}}{u}\right)^2+c_a^2$$

$c_1^2=c_{1u}^2+c_{1a}^2$ [12. id285]

$c_{1a}=c_a$ [22. id153]

$$c_1^2=c_a^2$$

$$\frac{\Delta p}{\rho}=a_{opt}+\frac{c_2^2-c_1^2}{2}$$

$$\frac{\Delta p}{\rho}=a_{opt}+\frac{\left(\frac{a_{opt}}{u}\right)^2+c_a^2-c_a^2}{2}=a_{opt}+\frac{1}{2}\left(\frac{a_{opt}}{u}\right)^2$$

$$\Delta p=\rho\left[a_{opt}+\frac{1}{2}\left(\frac{a_{opt}}{u}\right)^2\right].$$

Síla F_a je tedy dána jednoznačně, kdežto pro obvodovou sílu je řešení pro jakékoliv c_a:

Rychlost větru před rotorem větrné turbíny

Rychlost c_a samozřejmě nemůže být libovolná a může být pouze v intervalu:

$c_a \in (0; c_i)$.

Axiální síla působící na na elementární mezikruží efektivní část rotoru je:

$dT=d\dot{m}(c_i-c_e)=\rho\cdot dA_{ef}\cdot c_a(c_i-c_e)$

T [N] axiální síla působící na efektivní část rotoru

c_e [$m\cdot s^{-1}$] rychlost vzduchu na výstupu z proudové

trubice rotoru,
A_{ef} [m^2] efektivní plocha rotoru (tu co vytváří svým pohybem efektivní délka lopatky).

Tato síla při proudění beze ztrát je dána rozdílem tlaků: $dT=dA_{ef}\cdot\Delta p$.

Z Bernoulliho rovnice pro proudové vlákno před a za rotorem:

(a) $0=\frac{p_{ok}}{\rho}+\frac{c_i^2}{2}-\frac{p_1}{\rho}-\frac{c_a^2}{2}$ [11. id543] (při zanedbání ztrát)

$$0=\frac{p_{ok}}{\rho}+\frac{c_e^2}{2}-\frac{p_2}{\rho}-\frac{c_a^2}{2}.$$

Z poslední dvou rovnic pro diferenci tlaku

$$\Delta p=\rho\left(\frac{c_i^2-c_e^2}{2}\right)$$

$$dT=\rho\left(\frac{c_i^2-c_e^2}{2}\right)dA_{ef}\ .$$

z rovnosti první a poslední rovnice:

$$\rho\left(\frac{c_i^2-c_e^2}{2}\right)dA_{ef}=\rho\cdot dA_{ef}\cdot c_a(c_i-c_e)$$

$$\frac{c_i^2-c_e^2}{2}=c_a(c_i-c_e)$$

$$c_a=\frac{c_i+c_e}{2}\ .$$

Při optimálních podmínkách lze odvodit souvislost mezi rychlostmi c_i a c_e:

$c_e = \frac{1}{3} c_i$ [12. id313].

Potom

$c_a = \frac{2}{3} c_i$.

To znamená, že rychlost c_a je konstantní po výšce efektivní části lopatky což by mělo korespondovat i se změnou tlaku. Tlak vzduchu před turbínou se vypočítá ze součtu tlaku vzduchu za turbínou a tlakovému rozdílu Δp.

Tlak vzduchu za větrnou turbínou

Vycházíme-li ze zjednodušujícího předpokladu proudění po válcových souřadnicích skrz rotor, potom lze pro výpočet tlaku za rotorem použít rovnici radiálních rovnováhy pro proudění po válcových souřadnicích:

$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p_2}{\partial r} = \frac{c_{2u}^2}{r}$ [21. id711]

$$\int_{rmin}^{r} dp_2 = \rho \int_{rmin}^{R} \frac{c_{2u}^2}{r} dr$$

r_{min} [m] minimální poloměr, na kterém by ještě mohlo teoreticky dojít k přenesení práce a_{opt}.

Obvodová složka rychlosti lze vypočítat z konstanty K_1:

$c_{2u} = -\frac{K_1}{R}$ [22. id153].

$$\int_{rmin}^{r} dp_2 = \rho \cdot K_1^2 \int_{rmin}^{r} \frac{1}{r^3} dr = p_2(r) - p_{rmin} = \frac{\rho \cdot K_1^2}{2} \left(\frac{1}{r_{min}^2} - \frac{1}{r^2} \right)$$

$$p_2(r)-p_{rmin}=\frac{\rho\cdot K_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_{min}^2}-\frac{1}{r^2}\right).$$

$$p_2(r)=p_{rmin}+\frac{\rho\cdot K_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_{min}^2}-\frac{1}{r^2}\right).$$

Je zřejmé, že rozdíl tlaku Δp může být maximálně roven celkovému tlaku vzduchu před proudovou trubicí turbíny p_{ic}. V tomto případě by musel tlak vzduchu za rotorem na poloměru r_{min} být teoreticky roven 0, a před rotorem právě p_{ci} a tedy rychlost c_a by musela být nulová. Ale zpět k rovnici tlaku před rotorem:

Rovnice pro tlak těsně před větrnou turbínou

$$p_1=p_2+\Delta p=\frac{\rho\cdot K_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_{min}^2}-\frac{1}{r^2}\right)+\rho\left[a_{opt}+\frac{1}{2}\left(\frac{a_{opt}}{u}\right)^2\right].$$

Pro transformaci energie v proudové trubice beze ztrát bude platit rovnost mezi obvodovou prácí a optimální prácí větrné turbíny:

$$l_u=a_{opt}.$$

Odtud z [22. id153]:

$$a_{opt}=\omega\cdot K_1.$$

Současně pro obvodovou rychlost:

$u=\omega\cdot r$ [11. id548]

$$p_1=\frac{\rho\cdot K_1^2}{2}\left(\frac{1}{r_{min}^2}-\frac{1}{r^2}\right)+\rho\left[\omega\cdot K_1+\frac{1}{2}\left(\frac{\omega\cdot K_1}{\omega\cdot r}\right)^2\right]$$

$$p_1=\frac{\rho}{2}\left(\frac{K_1}{r_{min}}\right)^2-\frac{\rho}{2}\left(\frac{K_1}{r}\right)^2+\rho\cdot\omega\cdot K_1+\frac{\rho}{2}\left(\frac{K_1}{r}\right)^2$$

$$p_1=\frac{\rho}{2}\left(\frac{K_1}{r_{min}}\right)^2+\rho\cdot\omega\cdot K_1$$

$$p_1=\frac{\rho}{2}\left(\frac{a_{opt}}{\omega\cdot r_{min}}\right)^2+\rho\cdot a_{opt}\ .$$

Tlak p_1 je skutečně konstantní a je funkcí poloměru r_{min}.

Současně tlak p_1 lze vypočítat z rovnice *(a)*:

$$\frac{p_1}{\rho}=\frac{p_{ok}}{\rho}+\frac{c_i^2}{2}-\frac{c_a^2}{2}=\frac{p_{ok}}{\rho}+\frac{c_i^2}{2}-\frac{4}{18}c_i^2=\frac{p_{ok}}{\rho}+\frac{5}{18}c_i^2$$

$$p_1=p_{ok}+\rho\frac{5}{18}c_i^2.$$

Odtud lze odvodit minimální poloměr efektivní délky lopatky:

Odvození minimálního efektivního poloměru lopatky r_{min}

Minimální poloměr, na kterém je teoreticky možné ještě zpracovat a_{opt} bude z rovnice pro tlak p_1:

$$p_1=\frac{\rho}{2}\left(\frac{a_{opt}}{\omega\cdot r_{min}}\right)^2+\rho\cdot a_{opt}$$

$$2\frac{p_1-\rho\cdot a_{opt}}{\rho}=\left(\frac{a_{opt}}{\omega\cdot r_{min}}\right)^2$$

$$r_{min} = \frac{a_{opt}}{\omega\sqrt{2\dfrac{p_1 - \rho \cdot a_{opt}}{\rho}}} .$$