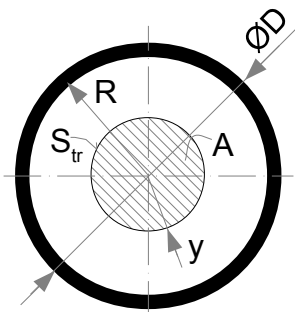


Tato Příloha **855** je součástí článku [38. Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny](http://www.transformacni-technologie.cz/vznik-tlakove-ztraty-pri-proudeni-tekutiny.html), <http://www.transformacni-technologie.cz/vznik-tlakove-ztraty-pri-proudeni-tekutiny.html>.

## Odvození rovnice ztrátového součinitele pro laminární proudění potrubím

Třením tekutiny v jednotlivých vrstvách třecí síla  $F_{tr}$ , která se vypočítá jako součin třecí-styčné plochy a tečného napětí  $\tau$  v tekutině.



Obrázek k odvození ztrátového součinitele v potrubí kruhového průřezu.

Třecí síla na poloměru  $y$  v potrubí:

$$F_{tr} = S_{tr} \cdot \tau \quad (a)$$

$$S_{tr} = 2\pi \cdot y \cdot L$$

$$\tau = \eta \frac{dw}{dy} \quad [38. id655]$$

$$F_{tr} = 2\pi \cdot y \cdot L \cdot \eta \frac{dw}{dy}$$

Tuto třecí sílu proudění překoná díky síle od rozdílu tlaku

mezi vstupem a výstupem z kanálu, která je tlakovou ztrátou  $\Delta p_z$ , tato síla působí opačným směrem než síla třecí:

$$\begin{aligned} -F_{tr} &= A \cdot \Delta p_z \\ A &= \pi \cdot y^2 \quad (\text{průtočný průřez na poloměru } y). \end{aligned} \tag{b}$$

Z rovnosti rovnice (a) a (b):

$$\begin{aligned} \pi \cdot y^2 \Delta p_z &= 2 \pi \cdot y \cdot L \cdot \eta \frac{dw}{dy} \\ dw &= - \frac{\Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \cdot y \, dy . \end{aligned}$$

Integrací poslední rovnice získáme rychlost  $w$  na souřadnici  $y$ :

$$w = \int dw = - \frac{\Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \int y \, dy = - \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} y^2 + C .$$

Pro podmínku  $y=R$  bude  $w=0$ :

$$\begin{aligned} w(R) = 0 &= - \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} R^2 + C \\ C &= \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} R^2 . \end{aligned}$$

Odtud pro rychlost na souřadnici  $y$ :

$$w = \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} (R^2 - y^2) .$$

Elementární průtok na poloměru  $y$  bude tedy:

$$d\dot{V} = w \cdot dA = w \cdot \pi \cdot 2y \, dy = \frac{\Delta p_z}{4 \cdot L \cdot \eta} (R^2 - y^2) \pi \cdot 2y \, dy$$

$$\dot{V} = \frac{\pi \Delta p_z}{2 \cdot L \cdot \eta} \int_0^R (R^2 - y^2) y dy = \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta}.$$

Odtud pro tlakovou ztrátu v potrubí kruhového průřezu:

$$\dot{V} = \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta}$$

$$w \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \Delta p_z \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \eta} \quad (\text{zde } w \text{ je střední rychlost proudění})$$

$$w D^2 \cdot 32 \cdot L \cdot \eta = \Delta p_z \cdot D^4$$

$$\Delta p_z = D^{-2} \cdot 32 \cdot L \cdot \eta \cdot w$$

$$\Delta p_z = D^{-2} \cdot 32 \cdot L \cdot \eta \frac{w^2}{2} \frac{2}{w}$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{w \cdot D^2} L \cdot \eta \frac{w^2}{2} \frac{\rho}{\rho}$$

$$v = \frac{\eta}{\rho} \quad [38. \text{ id655}]$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{w \cdot D^2} L \cdot v \frac{w^2}{2} \rho$$

$$Re = \frac{w \cdot D}{\nu} \quad [38. \text{ id656}]$$

$$\Delta p_z = \frac{64}{Re} \frac{L}{D} \rho \frac{w^2}{2}.$$

Při porovnání poslední rovnice s rovnicí Darcy-Weisbach pro tlakovou ztrátu v potrubí [38. id657] je zřejmé, že ztrátový součinitel potrubí je:

$$\lambda = \frac{64}{Re}.$$