

TECHNICKÁ TERMOMECHANIKA

- 2.3 Definice základních termodynamických veličin
Teplota – Termodynamická práce – Vnitřní tepelná energie – Měrná energie a práce
– Entalpie
- 2.9 Nultý a první zákon termodynamiky
- 2.11 Tepelný oběh
- 2.13 Třetí zákon termodynamiky
- 2.13 Některé dobře popsatelné termodynamické změny
Entropie – T-s diagram – Vratné změny – Adiabatické změny - Polytropické změny
- 2.20 Druhý zákon termodynamiky
- 2.20 Termodynamické údaje látek
Jednosložkové látky – Vicesložkové látky
- 2.25 Porovnávání termodynamických změn
Účinnost transformace energie – Účinnost tepelného oběhu – Carnotův oběh
- 2.28 Teorie vlhkého vzduchu
- 2.30 Úloha 1: Výpočet množství tepla pro ohřev vody
Úloha 2: Výpočet množství tepla pro ohřev vzduchu a změny entropie
Úloha 3: Výpočet adiabatické komprese vzduchu v turbokompresoru
- 2.31 Odkazy
- 2.32 Přílohy
-

Autor: ŠKORPÍK, Jiří – [LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik)

Datum vydání: červen 2013; únor 2024 (2. vydání)

Název článku: Technická termomechanika

web: *engineering-sciences.education*

provenience: Brno (Česká republika)

email: skorpik.jiri@email.cz

Copyright©Jiří Škorpík, 2013-2024
All rights reserved.

Definice základních termodynamických veličin

Termodynamika je ta část fyziky která se zabývá popisem chování velkých objemů molekul, jejich stavu, změnou těchto stavů (pro odlišení od změn biologických, chemických, jaderných a pod. nazýváme tyto změny termodynamickými) a jakož i předpovědmi těchto změn.

Termodynamika pracuje s klasickými mechanickými fyzikálními veličinami, nicméně existují veličiny, o kterých lze říci, že jsou ryze termodynamickými veličinami. Těmito veličinami jsou teplota, termodynamická práce, vnitřní tepelná energie a entalpie.

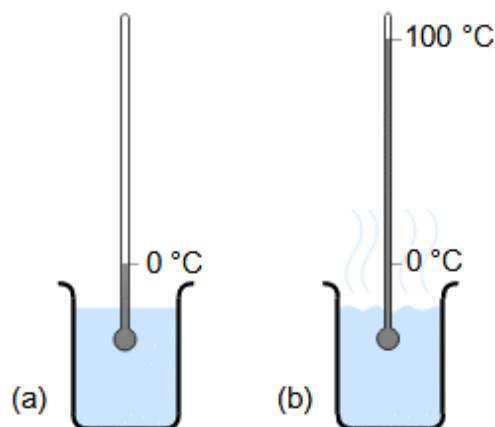
Teplota

Kinetická energie

Anders Celsius

Voda

Teplota je fyzikální veličinou, která mírou kinetické energie molekul a atomů (dále jen částic) v jednotlivých systémech. Člověk je v určitém rozmezí teplot schopen rozlišovat mezi teplejším a chladnějším stavem nějakého pozorovaného systému. Odtud vznikly definice jednotek teploty. Například jeden Celsius – zavedený švédským astronomem, geodetem a fyzikem Andersem Celsiem (1701-1744) v roce 1742 – představuje jedno procento délky stupnice mezi dvěma stavy vody, a to těsně před tuhnutím (zamrznáním) a varem, takže při prvním stavu je teplota $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a druhém $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, viz Obrázek 1. K vytvoření Celsiovy stupnice teploty se často využívá teplotní roztažnosti rtuti, která je uzavřena v trubičce. Tam kde je hladina rtuti, když má stejnou teplotu jako zamrzající voda je ryska označující $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, a hladina rtuti při teplotě varu vody je označena ryskou $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Další rysky se na trubičce vytvoří rozdělením délky mezi $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ na sto dílků.



1: Vytvoření Celsiovy stupnice teploty

(a) kádinka se zamrzající vodou; (b) kádinka s vařící vodou.

Kelvinova stupnice
William Thomson
Absolutní nula
Fahrenheitova stupnice

V termodynamice se více než s Celsiovou stupnicí pracuje se stupnicí Kelvinovou, kterou navrhl skotský matematik a fyzik William Thomson (1824-1907) známý pod pozdějším jménem lord Kelvin. Jeden Kelvin vyjadřuje stejnou změnu teploty jako jeden stupeň Celsia, ale začíná při tzv. absolutní nule²², která odpovídá $-273,15\text{ °C}$. Mimo tyto dvě stupnice existují ještě další, z nichž nejznámější je stupnice Fahrenheitova přepočitatelná na Celsiovy stupně pomocí Rovnice 2.

$$T = t + 273,15; \quad F = \frac{9}{5}t + 32$$

2: Vzorce pro přepočet teplot

t [°C] teplota ve Celsiích; T [°K] teplota v Kelvinech; F [°F] teplota ve Fahrenheitech.

Stavové veličiny

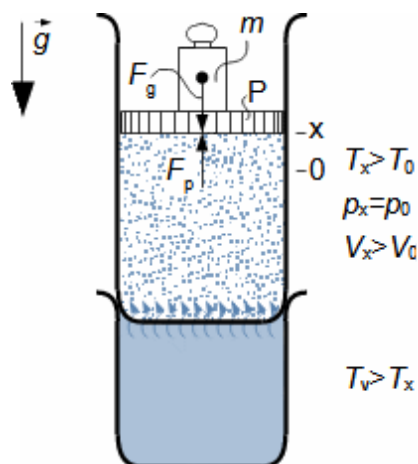
Teplota tedy určuje stav částic ve vyšetřovaném objemu, proto je označována za stavovou veličinu. Teplota sama o sobě nepostačuje k určení stavu vyšetřovaného množství látky. Dalšími tzv. stavovými veličinami jsou např. objem, hmotnost, hustota a u tekutin i tlak.

Teplota
Tlak
Tekutina
Kapalina
Plyn
Kinetická teorie plynů
Stavová rovnice plynů

V případě tekutin je ovlivňuje teplota tlak a obráceně. U kapalin je tato závislost velmi slabá a s teplotou se příliš tlak nemění, ale plynů jsou změny tlaku se změnou teploty výrazné. Tuto závislost lze odvodit z kinetické rovnováhy plynů, respektive pomocí kinetické teorie plynů. Výsledný vztah se nazývá Stavová rovnice plynů²¹. Nevýhodou stavové rovnice je fakt, že je odvozena pro ideální plyn tzn. pro plyn, kde objem molekul je nevýznamný vůči objemu, který zaujímá jako celek a mezimolekulové síly jsou zanedbatelné. V případě, že je plyn velmi stlačen či podchlazen a samotný objem molekul je zanedbatelný, pak je nutné vycházet ze stavové rovnice reálných plynů [Kalčík and Sýkora, 1973, s. 195]. Ale ve velké většině reálných případů postačí použití rovnice pro ideální plyn.

Termodynamická práce
Hybnost

Pohyb molekul plynu dokáže vytvořit takovou sílu, že udrží i píst zatížený závažím na Obrázku 3 nebo ho dokonce zvednout, pokud by se hybnost molekul plynu pod pístem zvýšila. Tak by plyn vykonal práci posuvem závaží proti působení tíhové síly – slovo termodynamická před slovem práce se v běžně vynechává. Hybnost molekul lze zvýšit zvýšením teploty vzduchu pod pístem – v tomto případě je vzduch ohříván pomocí nádoby s teplou vodou přiloženou ke dnu nádoby s pístem.



3: Důsledky rozpínání vzduchu při jeho ohřevu

P-píst. g [$\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$] gravitační zrychlení a směr působení zemské tíže; m [kg] hmotnost závaží; F_g [N] síla, kterou působí závaží na píst; V [m^3] objem plynu pod pístem; p [Pa] tlak plynu pod pístem; F_p [N] síla, kterou působí plyn pod pístem na píst prostřednictvím svého tlaku $F_p = F_g$. V [m^3] objem; T_v [K] teplota vody. Při tomto experimentu neuvažujeme, že se voda v nádobě ochladí i tím, že ohřeje okolní vzduch mimo nádoby.

Síla
Posuv

Práci, kterou plyn vykoná při posuvu závaží z polohy 0 do polohy x z pohledu Obrázku 3 lze stanovit z velikosti síly působící na píst a délky posuvu pístu. Délka posuvu pístu je přímo úměrná změně objemu vzduchu pod pístem a síla zase tlaku a ploše pístu, odtud lze odvodit Rovnici 4 pro práci plynu v uzavřeném objemu.

$$dW_i = p \cdot dV; \quad W_i = \int_0^x p \cdot dV$$

4: Práce vykonaná při změně stavu plynu v uzavřené nádobě s pístem

W_i [J] práce vykonaná pracovním plynem při posuvu pístu mezi polohami 0 a x .
Rovnice práce plynu je odvozena v Příloze 4.

Vnitřní tepelná energie
Mechanická energie
Teplota
Transformace energie

K tomu, aby se stav vzduchu pod pístem na Obrázku 3 změnil bylo nutné ho ohřát. Během ohřívání vzduchu se voda ochlazovala (změna stavu vody) zatím co ohříváný vzduch dokonce vykonal práci. Znamená to, že voda při svém ochlazení předala vzduchu pod pístem nějaký druh nemechanické energie související s teplotou látky a minimálně její část se transformovala na práci. Jelikož je v tomto případě tato forma energie ukryta uvnitř látky (ve formě pohybu molekul) nazýváme ji "vnitřní tepelná energie" označujeme písmenem U . Její obsah v látce je opět udáván v jednotce Joul jako práce.

Energetická rovnováha
Ohřev
Práce
Teplota

Stanovit změnu vnitřní tepelné energie látky lze z energetické bilance experimentu se zdvihem závaží na Obrázku 3. Při ohřevu vzduchu pod pístem tento vzduch vykonal práci W_i tím, že zvětšil svůj objem, a i když se snížila jeho hustota tak tlak zůstal stejný ($p_x = p_0$), protože píst se závažím zůstal v nové poloze a neklesá. Jestliže se snížila hustota vzduchu musela se zvýšit hybnost částic plynu (teplota), aby tlak zůstal zachován. To znamená, že úbytek vnitřní tepelné energie vody v nádobě byl větší než práce vykonaná plynem, protože část této energie bylo potřeba ke zvýšení vnitřní tepelné energie plynu. Odtud lze sestavit základní energetickou bilanci celého děje (Rovnice 5).

$$(a) \Delta U_{\text{water}} = \Delta U_{\text{air}} + W_i$$

$$(b) \Delta Q = \Delta U_{\text{air}} + W_i$$

$$(c) dQ = dU + dW_i = dU + p \cdot dV$$

5: První zákon termodynamiky pro uzavřený systém

(a) energetická rovnováha děje z Obrázku 3; (b) zápis předchozího případu s použitím definice veličiny teplo; (c) obecný diferenciální zápis. U [J] vnitřní tepelná energie látky; ΔU [J] změna vnitřní tepelná energie látky; Q [J] teplo.

Indexy _{water} označuje vodu a index _{air} vzduch.

Tepelná kapacita látky
při stálém objemu
Teplota
Gradient

Jestliže vyšetřovaná látka bude uzavřena v nádobě s neměnným objemem při zahřívání/ochlazování, bude vykonaná práce rovna nule ($p \cdot dV = 0$) a veškeré teplo bude použito na změnu vnitřní tepelné energie látky v nádobě, jak plyne z Rovnice 5c. Jak už je výše uvedeno, projevem změny vnitřní tepelné energie látky je změna její teploty, přičemž teplo v Joulech potřebné na ohřátí 1 kg látky se nazývá měrná tepelná kapacita při stálém objemu, což lze jazykem matematiky zapsat Rovnicí 6, kde teplo je zástupný název pro transformaci či přenos energie, které ho se účastní nějaký tepelný tok tedy sdílení energie pomocí teplotního gradientu¹. Teplo samo o sobě neoznačuje práci ani energii, ale lze teplem označit skupinu energií, například jejich součet, který se pak označuje obvykle symbolem Q . Měrná tepelná kapacita při stálém objemu je termodynamická veličina daná druhem a stavem látky, viz kapitola Termodynamické údaje látek, s. 20.

$$V = \text{const.} \Rightarrow \Delta Q = \Delta U \Rightarrow \Delta U = c_v \cdot \Delta T \cdot m$$

$$dU = c_v \cdot dT \cdot m$$

6: Vnitřní tepelná energie látky

c_v [J·kg⁻¹·K⁻¹] měrná tepelná kapacita látky při stálém objemu. Tato rovnice se také nazývá kalorimetrická.

Hodnoty vnitřní
tepelné energie

Hodnota vnitřní tepelná energie se stanovuje jako rozdíl s nějakým referenčním stavem, tedy jedná se o ΔU . Tímto stavem bývá obvykle hodnota vnitřní tepelné energie při 0 °C. Řekne-li se "vnitřní tepelná energie látky", pak bývá myšlen její rozdíl oproti stavu při 0 °C, tzn. při 0 °C je ΔU rovna 0 J a při nižších teplotách je záporná.

Měrná energie a
práce

Z praktických důvodů se v termodynamice vyjadřuje energie a práce nikoliv v Joulech [J], ale v měrné jednotce [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$], která udává množství energie, respektive práce připadající na 1 kg pracovní látky. Měrná energie je tedy podíl dané energie ve vyšetřovaném objemu pracovní látky ku hmotnosti pracovní látky. Měrná práce je tedy podíl práce systému ku hmotnosti pracovní látky, které se jí zúčastnilo, apod. I ostatní energetické veličiny v termodynamice se běžně vyjadřují v měrných jednotkách a takové veličiny se obvykle označují malými písmeny. Slovo měrné se často při popisu vynechává, a jestli se jedná o měrnou jednotku vyplývá z kontextu a značky jednotky. Naopak z měrné veličiny lze po vynásobení hmotností získat energii, respektive práci vyšetřovaného systému.

Energetické bilance

V praxi je pak běžné počítat energetické bilance pro 1 kg pracovní látky, tedy výsledkem bývají měrné veličiny a podle potřeby tyto výsledky násobit se skutečným množstvím, viz Úloha 1.

Entalpie
Vnitřní energie
Tlaková energie

Měrný objem

Entalpií je nazýván součet vnitřní tepelné a tlakové energie tekutin. Nejčastěji se entalpie označuje symbolem H , respektive h pro měrnou entalpii, takže lze psát $h=u+p\cdot\rho^{-1}$, kde ρ je hustota. Především u plynů je přívod/odvod tepla do/z pracovní látky často spojen se změnou jak vnitřní tak i tlakové energie, jestliže plyn mění svůj objem i tlak. Například při zahřívání vyšetřovaného objemu plynu v potrubí se plyn bude rozpínat a tím vytěšňovat okolní plyn za stálého tlaku – teplo je spotřebováno na ohřev i zvýšení tlakové energie. Podobná situace nastává u horkého vzduchu kolem topidla v domě – vzduch se zahřívá a zvyšuje svůj objem za stálého tlaku. Proto se entalpii někdy říká, že představuje tepelný obsah látky. Je-li definována veličina entalpie, je možné dále upravit Rovnici 5c na tvar Rovnice 7.

$$dq = dh - v \cdot dp \quad v = \frac{1}{\rho}$$

7: Vztah mezi teplem, entalpií a změnou tlakové energie

h [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] měrná entalpie pracovní tekutiny; v [$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$] měrný objem pracovní látky; ρ [$\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$] hustota. Odvození druhé formy rovnice prvního zákona termodynamiky pro uzavřený systém je uvedeno v [Příloze 5](#).

Entalpie plynu
Tlaková energie
Tepelná kapacita plynu
při stálém tlaku

Entalpii ideálního plynu lze stanovit celkem snadno, protože měrná tlaková energie ideálního plynu je podle stavové rovnice funkcí pouze teploty, stejně jako měrná vnitřní tepelná energie, proto měrná entalpie musí být také funkcí pouze teploty viz [Rovnice 8](#). V této rovnici vystupuje veličina měrná tepelná kapacita plynu při stálém tlaku c_p , což je termodynamická veličina daná druhem a stavem látky, viz kapitola Termodynamické údaje látek, s. 20.

$$dh = c_p dT; \quad c_p = c_v + r$$

8: Entalpie plynu

c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] měrná tepelná kapacita plynu při stálém tlaku – Jedná se o veličinu, která je u reálných plynů proměnná, jelikož je funkcí druhu a stavu plynu. Odvození rovnice entalpie je v [Příloze 6](#).

Kapaliny
Tepelná kapacita

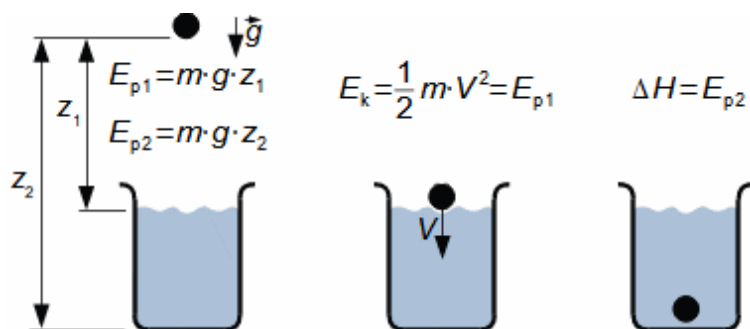
Změna entalpie kapalin je při stálém tlaku rovna změně vnitřní tepelné energie $dh \approx du$, protože změna objemu v důsledku změny teploty je velmi malá $dv \approx 0$. Znamená to, že se rovnají i oba typy tepelných kapacit.

Hodnoty entalpie

Hodnota entalpie vyšetřované látky se stanovuje jako rozdíl s nějakým referenčním stavem, tedy jedná se o Δh . Tímto stavem bývá obvykle hodnota entalpie při $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Řekne-li se "entalpie látky", pak bývá myšlen její rozdíl oproti stavu při $0 \text{ }^\circ\text{C}$, tzn. při $0 \text{ }^\circ\text{C}$ je Δh roven $0 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ a při nižších teplotách je záporná.

Entalpie vs. teplo
Potenciální energie
Transformace energie
Tření
Vnitřní tepelná energie
Tlaková energie

Smysl zavedení veličiny entalpie místo neurčitého pojmu teplo lze názorně obhájit pomocí jednoduchého experimentu popsaného [Obrázkem 9](#). Koule o hmotnosti m [kg] visí nad vodní hladinou v nádobě ve výšce z_1 [m] a vůči hladině má potenciální energii E_{p1} [J]. Při volném pádu dosáhne těsně nad hladinou rychlosti V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] a kinetické energie E_k [J]. Při nárazu na vodní hladinu se zbrzdí a pohybem ke dnu nádoby se zmaří další část její kinetické energie. Dále se část kinetické energie koule spotřebuje na vytlačení vody na vyšší hladinu odpovídající objemu koule – to znamená, že se zvýší vodní sloupec a tedy i průměrný tlak, respektive tlaková energie vody v kádince. Tedy kinetická energie koule E_{p2} se transformovala na entalpii vody ΔH .



9: Transformace potenciální energie na entalpii

z [m] výška. Při popisu nebyl předpokládán významný odpor prostředí mimo nádoby s vodou.

Nultý a první zákon termodynamiky

Nultý zákon
termodynamiky

Při popisech termodynamických změn a odvozování rovnic v předchozí kapitole byly využity nultý a první zákon termodynamiky. Nultý zákon souvisí s tím, že teplo může přestupovat pouze z teplejších těles na studenější. Nultý zákon termodynamiky formálně zní: Je-li termodynamický systém A v teplotní rovnováze s termodynamickým systémem B a současně je termodynamický systém B v teplotní rovnováze s termodynamickým systémem C , potom je také termodynamický systém C v teplotní rovnováze s termodynamickým systémem A .

První zákon
termodynamiky
Hermann von
Helmholtz (1821–
1894)

První zákon souvisí se zákonem zachování energie, který byl formulován v průběhu 19. století [Bernal, 1960, s. 390] a pro termodynamické systémy jej formuloval v roce 1847 německý lékař a fyzik Herman von Helmholtz (1821–1894). Jeho přesné znění je následující: Součet energie termodynamických systémů, které jsou vzájemně v interakci zůstává konstantní.

První zákon
termodynamiky pro
uzavřený systém

Rovnice 5c a Rovnice 7 jsou matematický zápis prvního zákona termodynamiky pro uzavřený systém – obě rovnice jsou různými variantami téhož a obě lze upravit do tvaru druhé. Uzavřený systém znamená, že pracujeme s nějakým uzavřeným objemem, ve kterém neprobíhá výměna látky s vnějškem.

Otevřený
termodynamický
systém

Průtočný stroj

Potrubí

Vnitřní tření

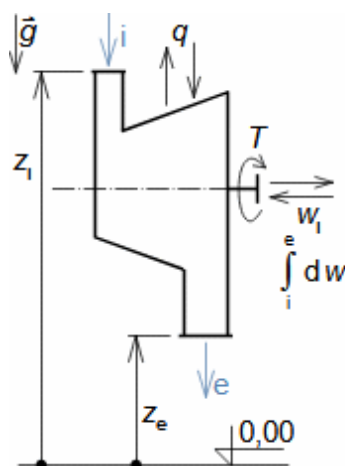
Tlaková ztráta

Lopátkové stroje

První zákon termodynamiky lze aplikovat i na otevřené termodynamické systémy. V technice to jsou tzv. průtočné stroje. Například průtočný stroj je obyčejné potrubí, kterým protéká tekutina a v důsledku vnitřního tření tekutiny [Škorpík, 2023] v něm dochází k transformaci tlakové energie na vnitřní tepelnou energii – tato transformace se projeví poklesem tlaku mezi vstupem a výstupem potrubí tzv. tlakovou ztrátou [Škorpík, 2023b]. Mezi průtočné stroje patří i lopátkové stroje [Škorpík, 2022] jako ventilátory, čerpadla, turbíny apod.

První zákon
termodynamiky pro
otevřený systém

V průtočném stroji, který dokáže transformovat energii obsaženou v pracovní tekutině a to kinetickou energii, potenciální energii, tlakovou, vnitřní tepelnou energii a sdělené teplo, bude jeho vnitřní práce rovna rozdílu celkového energetického obsahu před a za strojem, viz Rovnice 10 [Horák et al., 1961, s. 37], [Atkins, 2012, s. 51 – zde jsou uvedeny podmínky, za jakých lze takovou bilanci použít], viz také Úloha 3. Protože se jedná o rovnici energetické bilance otevřeného termodynamického systému, nazývá se tato výsledná rovnice První zákon termodynamiky pro otevřený systém.



$$dw_i = dq - du - d(p \cdot v) - \frac{dV^2}{2} - g \cdot dz$$

$$\int_i^e dw_i = w_i = q + (u_i - u_e) + \left(\frac{p_i}{\rho_i} - \frac{p_e}{\rho_e} \right) + \frac{V_i^2 - V_e^2}{2} + g(z_i - z_e) =$$

$$= q + \underbrace{\left(h_i + \frac{V_i^2}{2} \right)}_{h_{i,s}} - \underbrace{\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} \right)}_{h_{e,s}} + \underbrace{g \cdot (z_i - z_e)}_{\Delta e_p}$$

10: Rovnice prvního zákona termodynamiky pro otevřený systém

Index $_i$ označuje vstup, index $_e$ výstup ze stroje. w_i [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] měrná vnitřní práce pracovní tekutiny (zde index i označuje vnitřní); q [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] měrné teplo pracovní tekutiny sdělené s okolím (kladná hodnota: teplo je do stroje dodáváno; záporná hodnota: teplo je ze stroje odváděno); z [m] výška vstupního, respektive výstupní hrdla nad základní rovinou; h_s [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] měrná celková entalpie pracovní tekutiny; e_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$] měrná potenciální energie pracovní tekutiny; T [$\text{N} \cdot \text{m}$] kroutící moment na hřídeli rotoru. Odvození rovnice prvního zákona termodynamiky pro otevřený systém je uvedeno v Příloze 7.

Chemická energie
Jaderná energie

Pracovní látka může obsahovat i jiné energie než, se kterou počítá rovnice prvního zákona termodynamiky, například energii v chemických vazbách nebo jadernou energii [Škorpík, 2024]. Jestliže se tyto dvě energie uvolňují z pracovní látky mezi vstupem a výstupem stroje, pak tuto energii započítáváme do celkové bilance jako teplo sdělené z venčí, tedy zvýší hodnotu tepla q v této rovnici.

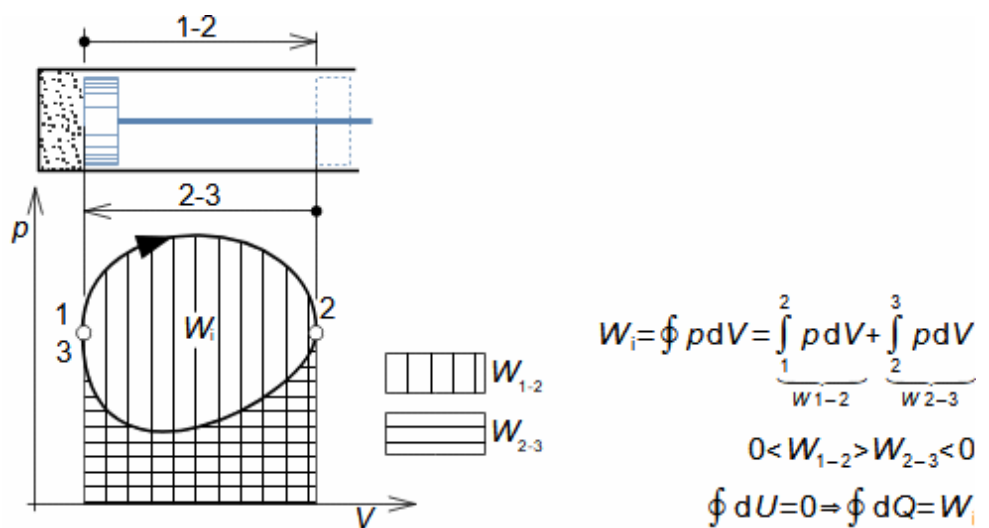
Tepelný oběh

Tepelný stroj
Změny stavových
veličin

Výše uvedený příklad pístu se závažím ukazuje jakým způsobem působí teplo na stav látky a jak prostřednictvím této látky lze vykonat práci. Principy transformace tepla v práci využívají tepelné stroje. Trvale pracující tepelné stroje se vyznačují cyklickým ohřevem a ochlazováním pracovní látky uvnitř stroje. Takové cyklické změny stavových veličin jsou nazývány tepelnými oběhy.

Pístový stroj
 p - V diagram
Práce

Pístový stroj složený z válce a pístu, ve kterém je jako pracovní látka uzavřen plyn je velmi jednoduchým tepelným strojem, viz Obrázek 11. Potřebná změna stavových veličin plynu je prováděna jeho řízeným ohříváním a ochlazováním ve vhodných okamžicích, tím se mění jeho tlak a tedy i síla působící na píst. Zde zatím není řešeno jakým způsobem je plyn ohříván, jakým způsobem se ohřev přerušuje a zahájí se ochlazování plynu. Na obrázku je i záznam tlaku mezi dolní a horní úvratí pístu, takový záznam se označuje jako p - V diagram tepelného oběhu. V tomto případě při pohybu pístu z polohy 1 do 2 je plyn ohříván (dodávání/přivádění tepla do oběhu). Naopak při pohybu z polohy 2 do 3 je ochlazován, tak aby tlak v okamžiku tři, kdy je píst ve své dolní úvratí, byl opět roven tlaku na počátku oběhu tedy tlaku p_1 (odvod tepla z oběhu). Práci vykonaná pístem W_i , respektive tepelným oběhem, za jeden cyklus lze vypočítat podle Rovnice 4. Současně ze zákona zachování energie musí platit, že součet vykonané práce, přivedeného tepla q_{in} a odvedeného tepla q_{out} musí být roven nule ($w_i = q_{in} + q_{out}$).



11: p - V diagram tepelného oběhu realizovaný v pístovém stroji
 W_{1-2} [J] práce vykonaná plynem během pohybu pístu z polohy 1 do polohy 2; W_{2-3} [J] práce vykonaná plynem během pohybu pístu z polohy 2 do polohy 3.

Termodynamické změny
Tepelné oběhy
Adiabatická změna
Izotermická změna
Polytropická změna

Na příkladu tepelného oběhu z Obrázku 11 nejsou žádné kvantitativní informace o průběhu tepelného toku do válce a z válce. Je zřejmé, že termodynamické změny probíhající během pohybu pístu mezi dolní a horní úvratí bude mezi tzv. adiabatickou změnou, což je změna, která probíhá bez sdílení tepla s okolím (v tomto případě mezi válcem a okolím) a změnou izotermickou, což je změna, při které dodáváme nebo odebíráme takové množství tepla, aby se teplota pracovního plynu neměnila. Termodynamické změna, která není adiabatická ani izotermická se nazývá polytropickou změnou – podrobněji v kapitole Některé dobře popsatelné termodynamické změny, s. 13. Právě pomocí těchto dobře popsatelných termodynamických změn jsou navrženy nejčastější tepelné oběhy, které se v praxi používají, a o kterých informuje článek Tepelné oběhy a jejich realizace [Škorpík, 2020].

Transformace tepla
Plyny
Kapaliny
Pevné látky

Uvedený princip transformace tepla na práci v tepelném oběhu platí sice pro jakoukoliv látku, ale reálně lze využít pouze plynné skupenství látek popřípadě kombinaci plynného a kapalného, protože pro termodynamickou transformaci je podstatná schopnost látky měnit objem. Pevné i kapalné látky mají sice jakousi teplotní roztažnost [Horák et al., 1961, s. 612], tzn. při změně teploty mění svůj objem, ale tyto změny jsou tak malé, že jsou, až na speciální výjimky (náplň do teploměrů, termoelektrický článek apod), pro transformaci tepla v práci a naopak technicky nevyužitelné.

Uzavřený oběh
Otevřený oběh
Spalovací motor

Případ plynu uzavřeného ve válci představuje příklad tzv. uzavřeného oběhu. Mimo uzavřených oběhů se používají i oběhy otevřené, kdy se cyklicky mění i náplň pracovní látky ve stroji. Například u spalovacích motorů se pracovní plyn sdílí s atmosférou tak, že se otevře ventil válce použitý plyn se vyfoukne do atm. a nasaje nový, ale i to je oběh, protože vyfouknutím se plyn smíchá s okolím (objem okolí vzhledem k objemu motoru je nekonečný), takže nasátím se opět získá látka v původním stavu (zanedbáme-li jisté změny chemického složení při hoření směsi ve válci) [Škorpík, 2020].

Chladicí oběh

Tepelné oběhy lze uplatnit i pro opačný proces. V takovém případě by plyn spotřeboval práci pístu, přičemž z válce by se odvedlo více tepla než přivedlo (o dodanou práci). U takových obrácených tepelných oběhů má práce záporné znaménko a oběh zaznamenaný v diagramu p - V by měl opačný smysl (levotočivý). Takové oběhy se nazývají chladicími oběhy [Škorpík, 2020].

Třetí zákon termodynamiky

Práce
Absolutní nula
Odvedené teplo
Nultý zákon
termodynamiky
Walther Nernst

Při pohledu na princip tepelných oběhů se nabízí myšlenka, že soustavným konáním práce nějaké pracovní látky bez přívodu tepla, by tato pracovní látka nakonec dosáhla absolutní nuly tj. teplot 0 K. Tohoto ale nelze dosáhnout ani teoreticky, protože pro konání práce v termodynamickém oběhu je nutné, aby část tepla byla vždy odvedena, a pro odvod tepla je nutná, podle nultého zákona termodynamiky, teplotní diference, takže pracovní látka nemůže pomocí termodynamického oběhu dosáhnout absolutní nuly, pouze se jí přiblížit. Tato hranice pro tepelné oběhy je formulována pomocí třetího zákona termodynamiky, který formuloval v roce 1905 německý chemik Walther Nernst (1864 – 1941) a jehož přesné znění je: Žádným konečným počtem tepelných oběhů nelze dosáhnout teploty $T=0$ K.

Kryogenní oběhy

Nicméně k hlubokému snížení teplot se tepelné oběhy používat mohou a používají. Označují se jako kryogenní oběhy a používají se například ke zkapalňování plynů jako je vzduch a podobně.

Některé dobře popsatelné termodynamické změny

Při popisu a realizaci adiabatických, izotermických nebo polytropických změn, uvedených v kapitole Tepelný oběh, komplikuje situaci disipace energie neboli vznik ztrát, respektive vždycky část transformované energie je pro transformaci ztracena při interakci s okolím termodynamického děje. Míru těchto ztrát vyjadřujeme pomocí veličiny entropie. Ze změny entropie v průběhu termodynamické změny jsme schopni identifikovat výsledný stav pracovní látky tedy i práci. V technické praxi navíc k podrobnému popisu termodynamických změn p - V diagram nepostačuje a místo něj využíváme T - s diagram, tedy závislost změny teploty a entropie v průběhu sledovaného děje, ve kterém lze identifikovat veškeré tepelné toky včetně ztrát.

Entropie

Transformace energie
 Vnitřní tepelná energie
 Tlaková ztráta
 Ztrátové teplo

V průběhu objevování různých druhů energie a způsobů jejich transformace bylo čím dál tím zřejmější, že veškeré energie lze postupně transformovat bezzbytku na vnitřní tepelnou energii. Přivedené teplo během termodynamické změny může být totiž transformováno na mechanickou energii a práci a nebo na vnitřní tepelnou energii pracovní látky – zahřeje se. Ale nejen to, v průběhu termodynamické změny v transformačním stroji probíhají reverzní změny, při kterých se mechanická energie a práce transformuje zpět na teplo (například kinetická energie se transformuje zpět na teplo třením o části stroje, vířením směřováním apod.). Typickým příkladem je již zmíněné vnitřní tření v potrubí při proudění tekutin, při kterém se na vnitřní tepelnou energii transformuje část tlakové energie, takže tlak v potrubí postupně klesá, což se označuje jako tlaková ztráta. Toto teplo se nazývá ztrátové teplo.

Rudolf Clausius
 Nevratná transformace
 Vnitřní tepelná energie

Reálné termodynamické změny jsou velmi složité, ale zjistit, jestli při ní došlo k nějaké nevratné transformaci, je možné pomocí veličiny entropie, kterou definoval a pojmenoval v roce 1850 Rudolf Clausius [Asimov, 1978, s. 72] Vzorcem 12. Entropie je množství transformovaného tepla (součet tepla dodaného/odvedeného a ztrátového tepla) na práci a mechanickou energii, připadající na 1 stupeň teplotní hladiny (měřeno od absolutní nuly), při které se transformace odehrává. Vztažení na teplotu nám poskytuje informaci o tom jak se mění vnitřní tepelná energie pracovní látky – pokud se její množství nemění znamená to, že veškeré sdílené teplo bylo transformováno na mechanickou energii, viz Úloha 137.

$$\Delta S = \frac{\Delta Q_r}{T}; \quad \Delta Q_r = \Delta Q + L_Q; \quad dS = \frac{dQ_r}{T}$$

12: Definice entropie

Definiční rovnice entropie je v diferencním i diferenciálním tvaru. ΔS [$\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$] změna entropie během termodynamické změny systému; L_Q [J] teplo vzniklé reverzními procesy během sledované termodynamické změny (ztrátové teplo) – diferenciální tvar rovnice změny entropie se dost často píše ve tvaru pro vratnou změnu, tj. v čitateli je infinitezimální změna dQ . To znamená, že reverzní procesy nejsou uvažovány [Atkins, 2012, s. 51]; T [K] střední absolutní teplota, při které v systému proběhla termodynamická změna.

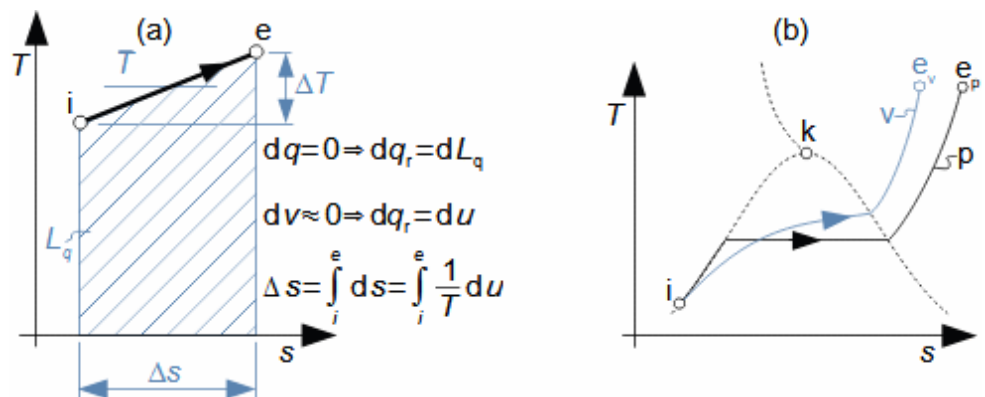
Shannonova entropie

Pojem entropie se užívá i v teorii informace, kde vyjadřuje počet stavů pozorovaného systému, tzv. Shannonova entropie [Vol'kenštejn, 1979, 46], [Gecsei et al. 1964, s. 15].

***T-s* diagramy**Termodynamická
změna

Potrubí

Entropie se využívá i při znázorňování termodynamických změn, jedná se nejčastěji o T - s diagramy, protože oproti p - V diagramu lze v T - s diagramu identifikovat teplo Q i teplo vzniklé reverzními ději Q_r . Například na Obrázku 13a je znázorněna termodynamická změna, která probíhá při proudění tekutin potrubím s vnitřním třením a při které vzniká tlaková ztráta.



13: Příklady T - s diagramů termodynamických změn

(a) termodynamická změna na vyšetřovaném úseku potrubí při proudění tekutin za vzniku tlakové ztráty; (b) záznam změn teploty a entropie vody při konstantním objemu (křivka v) a tlaku (křivka p). Záznam vznikl pomocí definice entropie a měření množství dodaného tepla q . Symbol- i označuje počáteční stav a symbol- e konečný.

Termodynamická
změna

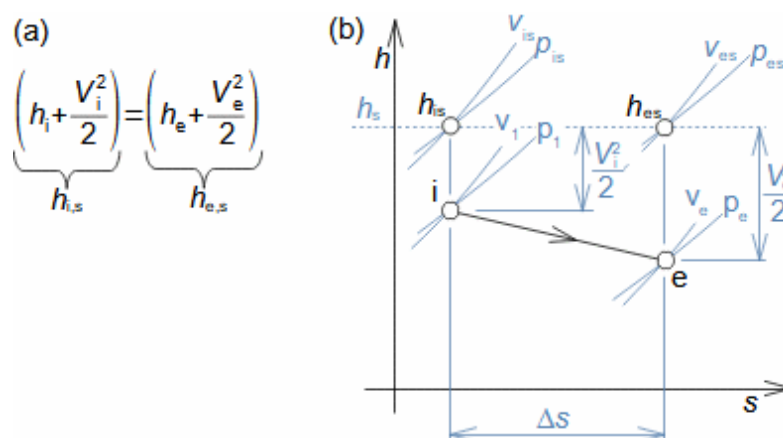
Voda

Izochorická změna

Izobarická změna

Popřípadě lze obráceně v T - s diagramu zaznamenávat změny stavových veličin pracovní látky v závislosti na dodaném teple Q a podmínkách tohoto ohřevu. Takový diagram pro konkrétní látku a stavy je přenositelný na jakoukoliv situaci. Například na Obrázku 13b jsou zakresleny změny teploty a entropie vody za různých podmínek, ale ze stejného počáteční hodnoty (index i) měrného objemu a teploty. Křivka- v je průběh teploty a entropie, jestliže při ohřevu udržujeme stále stejný objem vzorku vody (izochorická změna) a křivka- p označuje tyto změny v případě, že objem nádoby měníme tak, aby byla udržována konstantní tlak vzorku (izobarická změna), i když během těchto změn přechází kapalina do plynného skupenství. Jestliže takové měření provedeme pro několik počátečních stavů- i vznikne tzv. T - s diagram vody, který se používá k zjištění stavu vody, jestliže jí dodáme určité množství tepla q apod.

Záznam stavů látky v závislosti na změně entropie lze provádět i k jiným veličinám než teplotě, v technické praxi se často používá h - s diagram, kde se na svislou osu místo teploty vynáší entalpie pracovní látky. Pro tvorbu h - s diagramu není nutné provádět další měření, pouze lze data z T - s diagramu přepočítat, viz kapitola Termodynamické údaje látek, s. 20. h - s diagram má především tu výhodu, že pro výpočet množství sdíleného tepla při termodynamické změně ze stavu- i do stavu- e není nutné znát tvar křivky, ale pouze hodnoty počáteční a konečné entalpie jak plyne z Rovnic 7 a 10 pro první zákon termodynamiky. Například chceme-li určit rychlost v potrubí pro případ proudění tekutiny v potrubí za přítomnosti tření jako na v T - s diagramu na Obrázku 13a, pak se jedná o otevřený termodynamický systém ale pro energetickou bilanci použít Rovnici 10. Její úpravou pro podmínky, že sdílení tepla s okolím nemá na děj podstatný vliv ($q=0$), že se jedná o horizontální potrubí beze změny potenciální energie ($\Delta e_p=0$) a že tekutina v potrubí nekoná vnější práci ($w_i=0$) vznikne rovnost celkových entalpií, respektive Rovnice 14a. Odtud tedy stačí zjistit teplotu a tlak na vstupu a výstupu z potrubí, například měřením, střední rychlost na vstupu V_i nebo hmotnostní průtok, ze kterého lze rychlost určit a následně z tabulek entalpií odečíst její příslušné hodnoty a vypočítat střední rychlost V_e . Celou situaci lze do h - s diagramu zakreslit s tím, že očekáváme nárůst entropie a nárůst rychlosti $V_e > V_i$, protože při růstu teploty je buď měrný objem je stálý (kapaliny) nebo roste (plyny), viz Obrázek 14b.



14: Proudění plynu v trubce v T - s a h - s diagramu

Vratné změny

Reálné změny

Ideální změny

Ztráty

Základní rozdělení termodynamických změn (proces, při kterých dochází k nějakým energetickým transformacím) je na změny reálné a tzv. vratné neboli ideální, při kterých nevzniká ztrátové teplo, respektive se jedná o změny beze ztrát. V praxi takových termodynamických změn nelze nikdy dosáhnout, ale tyto změny jsou důležité k určení ztrát, protože ztráty lze určit jako jistý rozdíl mezi reálnou a vratnou termodynamickou změnou.

Adiabatické změny $q=0$

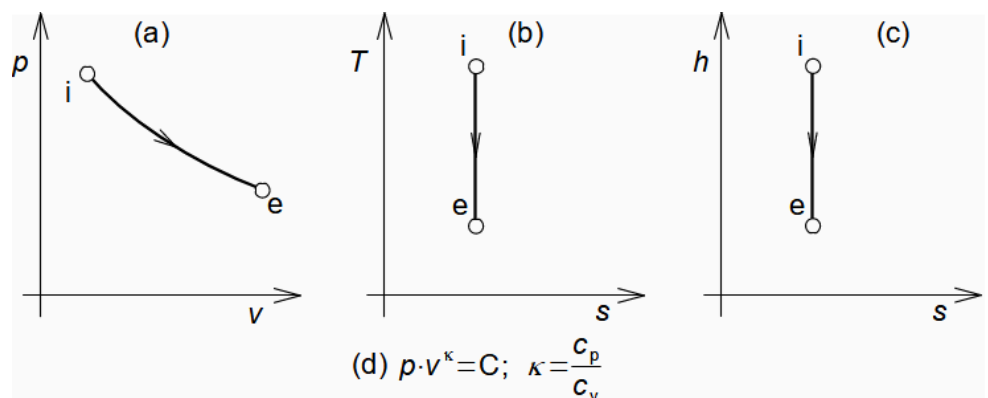
Expanze

Komprese

Rovnice adiabaty

Izoentropická změna

Jestliže mezi změnou stavů vyšetřované látky mezi počátečním stavem-*i* a konečným stavem-*e* nedochází ke sdílení tepla s okolím, pak hovoříme o adiabatických změnách. Znamená to, že v případě adiabatických změn by byla veličina q v Rovnicích 7 a 10 rovna 0. V technické praxi se adiabatické změny považují i změny, kdy je nepatrné sdílení tepla s okolím, ale celkovou energetickou bilanci změny to významně neovlivní. Takže za adiabatické změny je považován průtok tekutiny potrubím nebo průtok vody vodní turbínou, či páry parní turbínou a nebo i průtok vzduchu ventilátorem apod. Na Obrázku 15(a-c) jsou zobrazeny adiabatické změny vratné, přičemž při snižování tlaku mluvíme o expanzi, při zvyšování o kompresi. Tyto vratné změny pro ideální plyn lze popsat exponenciální rovnicí izoentropy, protože vratná adiabatická změna musí být současně i izoentropická, viz Rovnice 15d.

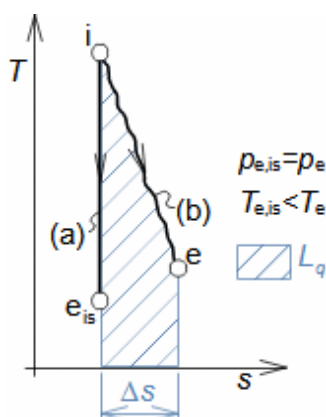


15: Příklady vratných adiabatických změn v p - v , T - s a h - s diagramu

C [SI] konstanta; κ [1] Poissonova konstanta též exponent izoentropy nebo prostě poměr tepelných kapacit (jedná se o konstantu závislou na složení plynu – pro ideální plyn jsou její hodnoty konstantní v závislosti na velikosti molekul). Rovnice je odvozena v [Kalčík and Sýkora, 1973, s. 87].

Reálná adiabatická
změna
Potrubí
Trysky
Difuzory
Škrčení
Lopátkové stroje

V případě reálné adiabatické změny již Vzorec 15d nelze použít, protože stav na konci reálné adiabatické změny bude jiný než i vratné adiabatické změny, kdy neroste entropie, Obrázek 16. Reálné adiabatické změny jsou uvažovány například při proudění potrubím [Škorpík, 2023b], tryskami [Škorpík, 2023d], difuzory [Škorpík, 2023c], při škrčení plynů a par [Škorpík, 2023e] i při proudění lopátkovými stroji – energetické bilance reálných adiabatických změn v lopátkových strojích jsou uvedeny článku Energetické bilance lopátkových strojů [Škorpík, 2018], ve kterém naleznete i řešené úlohy. Stav na konci reálné adiabatické změny se určí z teploty a tlaku a h - s diagramu pro příslušnou pracovní látku, Úloze 3.



16: Porovnání vratné a reálné adiabatické expanze se ztrátami

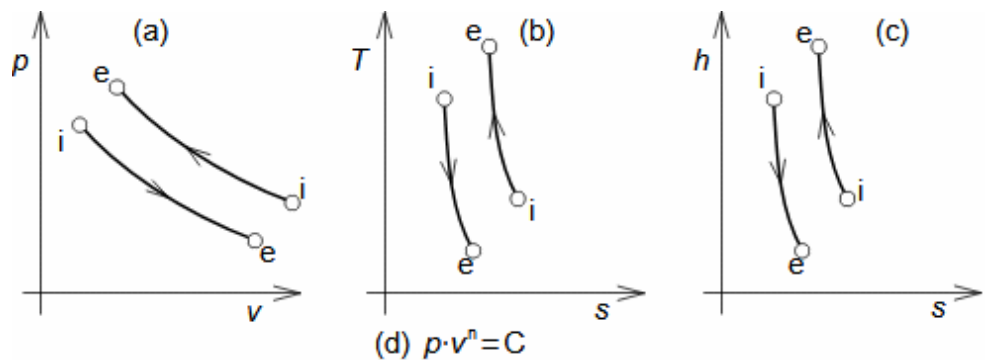
(a) adiabatická expanze pro případ $L_q=0$ – izoentropická expanze; (b) adiabatická expanze pro případ $L_q \neq 0$ – expanze se ztrátami. Index $_{is}$ označuje stav pracovního plynu ve válci na konci izoentropické expanze. Stav- e se vyznačuje vyšší teplotou (vyšší vnitřní tepelná energie plynu) a vyšší entropií než stav- e_{is} .

Hoření

S pojmem "adiabatický" se paradoxně se můžeme setkat i v souvislosti s hořením. Při adiabatickém hoření se pracovní látka ohřívá teplem uvolněným uvnitř objemu, ale toto teplo nesdílí s okolím, proto lze tento děj označit za adiabatický.

Polytropické změny
Vratná polytropická
změna

Polytropická změna je taková, při které sledované množství látky sdílí teplo s okolím. V případě plynu uzavřeného ve válci s pístem bude probíhat polytropická změna, jestliže bude válec sdílet teplo s okolím $dq \neq 0$. Vratná polytropická změna probíhá exponenciálně s konstantním exponentem, tedy podobně jako u vratného adiabatického děje, viz Obrázky 17.

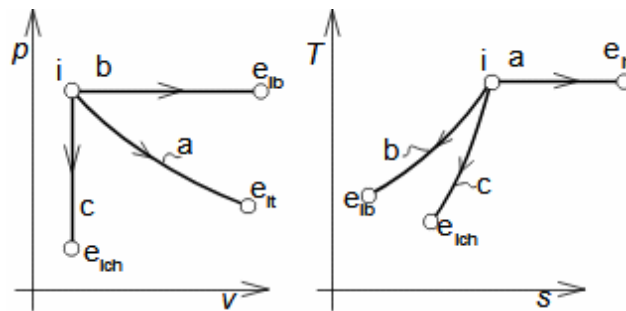


17: Příklady vratných polytropických změn v p - v , T - s a h - s diagramu

C [SI] konstanta; n [1] exponent polytropy – v nejjednodušším případě je konstantní po celou dobu trvání děje.

Speciálními případy polytropické změny jsou takové změny, při kterých se sdílí s okolím tolik tepla, aby se neměnila, buď teplota plynu (izotermická změna), tlak (izobarická změna) nebo objem (vratný izochorický děj), viz Obrázek 18. Křivky v diagramech zaznamenávající změny stavu při izotermických změnách se nazývají izotermy, izobarických změnách izobary a při izochorických změnách izochory.

Izotermická změna
 Izobarická změna
 Izochorická změna
 Izoterma
 Izobara
 Izochora



18: Speciální případy polytropické změny

a-izotermická změna stavu plynu ($t=\text{konst.}$, v případě vratné $n=1$); b-izobarická změna stavu plynu ($p=\text{konst.}$, v případě vratné $n=0$); c-izochorická změna stavu ($v=\text{konst.}$, $n \neq \text{konst.}$). Změna-a je s přívodem tepla, změny-b, c s odvodem tepla. Samozřejmě vratné změny se mohou uskutečňovat i v opačných směrech než jsou šipky.

Chlazená komprese
 Chlazení lopatek turbín

Polytropické změny vznikají například při chlazené kompresi v turbokompresorech, při chlazení lopatek tepelných turbín, viz článek s příklady Energetické bilance lopatkových strojů [Škorpík, 2018].

Druhý zákon termodynamiky

Entropie

Z definice entropie je zřejmé, že pokud v izolovaném systému budou probíhat transformace, bude entropie nulová nebo se bude zvětšovat tak, jak se postupně transformuje vnitřní energie systému na energii další a zpět. Aby entropie klesala musel by mít čitatel Rovnice 12 záporné znaménko. To lze dosáhnout pouze je-li teplo odváděno mimo vyšetřovaný systém, tedy systém by byl neizolován – odtud plyne druhý zákon termodynamiky ve znění: Entropie izolované termodynamického systému vzrůstá v průběhu každé samovolné změny. Tento zákon formuloval společně s definicí entropie již Rudolf Clausius.

Zvyšování entropie

Sdílení tepla

Ztrátové teplo

Zvýšení entropie souvisí s mechanismem sdílení tepla – teplo přestupuje z teplé látky na studenou a nikoliv naopak. Ztrátové teplo totiž způsobuje lokální zvýšení teploty v okolí nějakého místa ve vyšetřovaném objemu a tedy sdílení tepla s bezprostředním okolím, které je chladnější. Tímto mechanismem se snižuje teplota místa vzniku ztrátového tepla a tedy i schopnost pracovní látky konat práci. Více v [Atkins, 2012].

Transformace energie

Vnitřní tepelná energie

Na vnitřní tepelnou energii (pohyb molekul) lze transformovat přímo či nepřímo jakýkoliv druh energie a to bezzbytku, ale zpět již nikoliv.

Termodynamické údaje látek

K výpočtům práce a tepelných toků ve stroji je nezbytné mít k dispozici termodynamické údaje jako h - s nebo T - s digramy příslušné pracovní tekutiny. Tyto údaje slouží k odečtu stavu pracovní látky pro vyšetřované parametry.

Nejčastějšími pracovními tekutinami jsou voda H_2O a vzduch. Zatímco H_2O je čistá jednosložková látka, tak vzduch je směsí plynů, ve které se mohou lokálně měnit poměry jednotlivých složek, a to zejména obsah vodní páry. Termodynamické údaje pro vícesložkové látky známého složení lze zjistit z termodynamických dat jednotlivých složek a jejich jednotlivé zastoupení ve vzorku.

Jednosložkové látky

Kalorimetr

H₂O

Termodynamické údaje jednosložkových látek lze získat z měření v kalorimetru a přepočtem na požadovanou veličinu – nejčastěji tepelnou kapacitu 1 kg látky nebo entalpii, viz Tabulka 19. Pokud se jedná o vodu (H₂O), jsou k dispozici volně dostupné údaje v širokém rozsahu jejích stavů. Tyto údaje spravuje nezisková organizace IAPWS (The International Association for the Properties of Water and Steam), která podporuje výzkum, zpracování a zveřejňování vlastností vody. Údaje z IAPWS se využívají v tabulkách termodynamických vlastností vody např. [Mareš et. al., 1999], [Šifner et al., 1996].

t	c_p	h	t	c_p	h	t	c_p	h
-20	1,947	-	60	4,1828	251,22	300	2,0122	3074,5
0	2,04-4,22	0	80	4,1955	334,99	400	2,0698	3278,5
20	4,1848	84,013	100	4,22-2,08	419,1-2675,6	500	2,1346	3488,7
40	4,1786	167,62	200	1,97618	2875,4	600	2.2032	3705,6

19: Tepelná kapacita a entalpie 1 kg vody při tlaku 101 325 Pa

t [°C]; c_p [kJ·kg⁻¹·K⁻¹]; h [kJ·kg⁻¹]. [Ražnjević, 1984], [IAPWS, 1997].

Pevné skupenství

Kapalné skupenství

Plynné skupenství

Tepelná kapacita

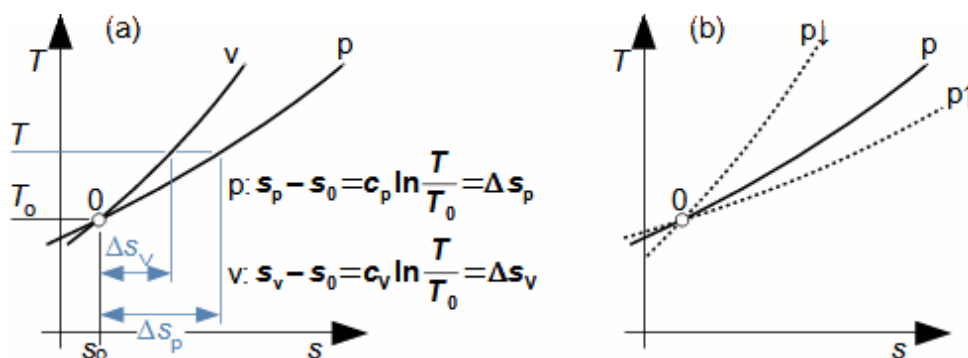
Reálný plyn

Ideální plyn

Izobara

Izochora

Tepelné kapacita 1 kg vzorku v pevném skupenství se při běžných tlacích a teplotách nemění, u kapalného velmi málo. Jiná situace je u plynného skupenství, kde lze sledovat výrazné změny v hodnotách tepelných kapacit reálných plynů s tlakem a teplotou. Pouze v případě ideálního plynu k žádným takovým změnám nedochází – dokonce jejich hodnoty lze vypočítat pomocí termokinetické teorie plynů. Rozdíl je dobře patrný na tvarech izobar a izochor v T - s diagramech ideálních a reálných plynů, viz Obrázek 20. Izobary a izochory ideálních plynů jsou logaritmické křivky, kdežto izobary a izochory reálných plynů už nikoliv, respektive jsou funkcí teploty $c_p=f(T)$, navíc izochory jsou funkcí hustoty, izobary tlaku. Znamená to, že plyn s rostoucím c_p s teplotou zvyšuje spotřebu tepla na ohřev plynu nebo pro případ chlazení zvyšuje množství odvedeného tepla, u plynu s klesajícím c_p s teplotou je to obráceně. Stejně důsledky platí i pro izochory reálného plynu při změnách měrné tepelné kapacity při stálém objemu c_v s teplotou.

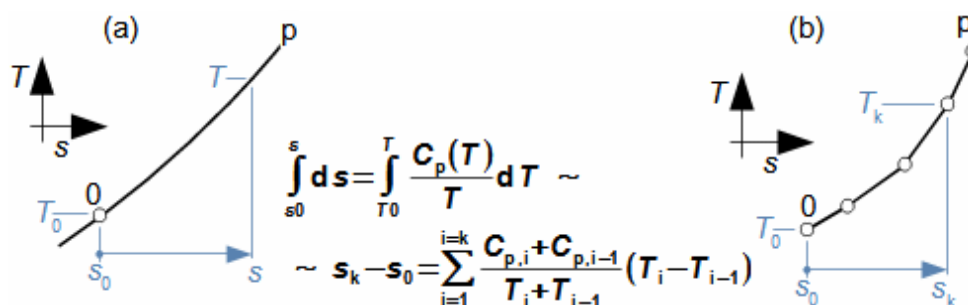


20: Porovnání tvarů izobar ideálních a reálných plynů

(a) rovnice izochory a izobary ideálního plynu; (b) srovnání tvaru izobar, jestliže se tepelná kapacita plynu mění při změně teploty. v -izochora pro $c_v = \text{konst.}$; p -izobara pro $c_p = \text{konst.}$; $p\downarrow$ -izobara v případě, že c_p s teplotou klesá; $p\uparrow$ izobara pro případ, že c_p s teplotou roste; 0-výchozí stav. c_v, c_p [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] tepelná kapacita při stálém objemu, respektive tlaku vztažena na 1 kg plynu (měrná tepelná kapacita); s [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] měrná entropie; T [K] absolutní teplota. Index $_p$ označuje bod na izobare a index $_v$ na izochore. Rovnice ideálních plynů jsou odvozeny v Příloze 8.

Izobaru reálného plynu v T - s diagramu lze zkonstruovat například pomocí tabulkových hodnot c_p pro konkrétní tlak z definice entropie podle Rovnice 21, případně lze sestavit rovnici polynomu vyšetřované izobary z těchto tabulkových dat (pro vodní páru jsou příslušné polynomy uvedeny například v [Šifner et al., 1996]). Záměnou c_p za c_v lze stejným postupem zkonstruovat i izochoru reálného plynu.

T - s diagram
 Reálný plyn
 Izobara
 Izochora



21: Konstrukce izobary reálného plynu

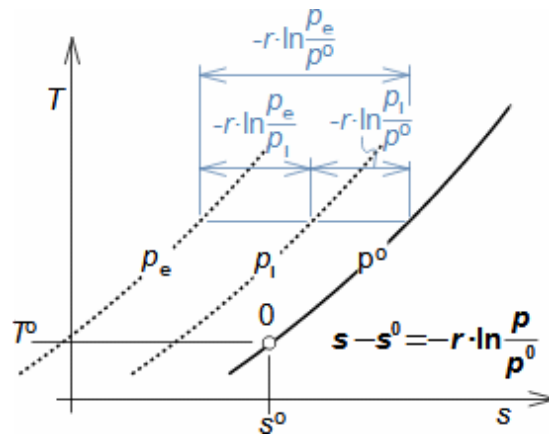
(a) konstrukce jakékoliv bodu izobary konkrétního tlaku pomocí funkce $c_p = f(T)$; (b) konstrukce izobary pomocí tabulkových hodnot t, c_p a diferenciální rovnice získané z předchozí diferenciální funkce. Odvození rovnic je uvedeno v Příloze 9.

Měření

Pro konstrukci T - s diagramu, který má pokrýt stavy reálného plynu v požadovaném rozsahu teplot, tlaků a měrných objemů je tedy nutné přiměřené množství měření pro vybrané stavy. Nejdetaillnější měření je dostupné u vody, u jiných látek je provedeno měření mnohem řidší, respektive pouze pro vybrané teploty, tlaky a měrné objemy. Chceme-li v takovém případě získat podrobnější T - s diagram, tak lze použít metodu porovnávací izobary.

Porovnávací izobara
Tepelná kapacita
Referenční izobara

Metodou porovnávací izobary lze zkonstruovat jakoukoliv izobaru v T - s diagramu za předpokladu, že v oblasti teplot a tlaků, ve které tyto konstrukce provádíme je závislost tepelné kapacity c_p na tlaku nevýznamná, respektive je funkcí zejména teploty $c_p=f(T)$. To znamená, že pro konstrukci průběhu děje v T - s diagramu mezi dvěma izobarami stačí znát pouze tvar jedné referenční neboli porovnávací izobary a tu posouvat v diagramu T - s ve vodorovném směru pro získání potřebných izobar. Posunutí mezi jakoukoliv izobarou a porovnávací izobarou odpovídá rozdílu entropie při izotermickém ději mezi těmito tlaky, viz Obrázek 22 – obrázek znázorňuje posunutí dvou izobar p_i a p_e vůči porovnávací izobaře p^0 přičemž $p_e < p_i < p^0$.



22: Konstrukce T - s diagramu pomocí porovnávací izobary

p^0 -porovnávací izobara – jedná se o referenční křivku v T - s diagramu pro určitý (porovnávací) tlak; 0-referenční stav na porovnávací izobaře (indexem 0 jsou označeny stavy na porovnávací izobaře). r [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] individuální plynová konstanta plynu. Odvození rovnice pro rozdíl entropie na izotermě je uvedeno v Příloze 10.

Rozdíl entropií

Protože jsou izobary stejné křivky, tak rozdíl entropií Δs na jakékoliv izobaře představuje vždy stejný rozdíl teplot.

Porovnávací izobara
Atmosférický tlak

Metodu porovnávací izobary lze použít u většiny reálných plynů v rozsahu jednotek megapascalů a stovek stupňů Celsia. V technické praxi se běžně pracuje s parametry porovnávací izobary při atmosférickém tlaku, přičemž v tabulkách jsou obvykle uvedeny i hodnoty entropií a entalpií pro snadnější konstrukci, viz Tabulka 25.

h - s diagram

Konstrukce h - s diagramu plynu je stejná pouze se osa teploty přepočítá na hodnoty entalpie podle Rovnice 23, kterou lze odvodit z definice entalpie a Rovnice 21. To znamená, že tvar izobar a osa entropií je stejná a pro vzájemný posun izobar platí Rovnice 22, viz také Úloha 3.

$$h_k - h_0 = \int_0^k T \cdot ds \sim h(T_k) = \sum_{i=1}^{i=k} \frac{T_i + T_{i-1}}{2} (s_i - s_{i-1})$$

23: Rovnice pro výpočet hodnoty entalpie

Vícesložkové látky

Směsi plynů

Výpočet

Měření

Termodynamické údaje vícesložkových látek lze určit pomocí termodynamických dat pro jednotlivé složky a jejich podílu ve vyšetřovaném množství. Například tepelná kapacita 1 kg směsi plynů je rovna součtu tepelných kapacit jednotlivých složek plynu, což lze vyjádřit Rovnicí 24. Z těchto dat pak lze zkonstruovat i T - s a h - s diagramy jako u jednosložkových plynů, viz Úloha 3. Termodynamické údaje vícesložkových látek lze samozřejmě získat i měřením na konkrétním vzorku a pro konkrétní složení.

$$c = \sum_{i=1}^k \omega_i \cdot c_i; \quad \omega_i = \frac{m_i}{m}$$

24: Tepelná kapacita směsi plynů

c_i [$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$] tepelná kapacita jednotlivé složky; m [kg] hmotnost celého vzorku; m_i [kg] hmotnost jednotlivé složky ve vzorku; ω_i [1] hmotnostní podíl jednotlivé složky ve vzorku; k [-] počet složek.

Vzduch

Termodynamické údaje suchého vzduchu jsou volně dostupná podobně jako H_2O , přesněji jednotlivých plynů a vodní páry ve vzduchu obsažených, viz také Tabulka 25.

t	c_v	c_p	h	s	t	c_v	c_p	h	s
0	0,7164	1,0036	0	0	500	0,8051	1,0923	519,38	1,0728
20		1,004	20,07	0,0709	600	0,8281	1,1149	629,77	1,2071
40		1,009	40,16	0,1372	700	0,8487	1,1355	742,38	1,3292
60		1,009	60,27	0,1995	800	0,8671	1,1539	856,98	1,4412
80		1,009	80,41	0,2582	900	0,8834	1,1702	973,3	1,5449
100	0,7231	1,0103	100,6	0,3138	1000	0,8976	1,1844	1091,12	1,6412
200	0,7373	1,0245	202,29	0,5552	1100	0,9102	1,1970	1210,25	1,7313
300	0,7578	1,0446	305,73	0,7534	1200	0,9211	1,2083	1330,54	1,8159
400	0,7813	1,0685	411,36	0,9233	1300	0,9311	1,2179	1451,88	1,8956

25: Vybrané termodynamické údaje suchého vzduchu při tlaku
101 325 Pa

c [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]; h [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$]; s [$\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$]; t [$^{\circ}\text{C}$]. [Ražnjević, 1984], [Kalčík at al., 1973], [Polesný et al., 1990].

Porovnávání termodynamických změn

Snahou každého konstruktéra termodynamického stroje je nalézt vratné změny, které by ve stroji probíhaly, kdyby pracoval beze ztrát. Porovnáním takového ideálního procesu transformace energie uvnitř stroje se skutečným pomocí získá konstruktér představu o typu ztrát, které ve stroji vznikají. Studium vzniku těchto ztrát pak může stroj zdokonalovat. Veličina, která se při porovnání používá se nazývá účinnost. Podobně je to při navrhování tepelných oběhů – je třeba nalézt oběh poskládaný z vratných změn, který by byl tzv. porovnávacím tepelným oběhem ke skutečnému vyšetřovanému oběhu a odtud stanovit typy ztrát a možnosti jejich snížení. Jedním z nejčastějších porovnávacích oběhů je tzv. Carnotův oběh.

Termodynamická
účinnost
Tryska

Abychom mohli stanovit účinnost transformace energie jakékoliv termodynamické změny, je nutné definovat ideální (vratnou) změnu, se kterou budeme reálnou transformaci srovnávat. Účinnost takové transformace je pak podíl zvýšení požadovaného druhu energie při transformaci ku zvýšení této energie pro případ ideální změny probíhající při stejné změně stavových veličin, viz Vzorec 26. Tato účinnost se nazývá termodynamická. Například, jednalo by se o změnu probíhající v trysce, kde je cílem transformovat vnitřní tepelnou energii a tlakovou energii plynu na kinetickou energii, pak by účinnost transformace představoval podíl zvýšení kinetické energie v plynu v trysce ku zvýšení kinetické energie v trysce při ideální expanzi [Škorpík, 2023d]. Jestliže je požadováno snížení nějakého druhu energie vyšetřovanou změnou, pak je nutné čitatel a jmenovatel ve Vzorci 26 prohodit.

$$\eta = \frac{\Delta e}{\Delta e_{x,id}}$$

26: Termodynamická účinnost

Δe_x [J·kg⁻¹] změna velikosti sledovaného druhu energie při termodynamické změně; $\Delta e_{x,id}$ [J·kg⁻¹] změna velikosti sledovaného druhu energie při ideální termodynamické změně.

Lopátkové stroje

Termodynamická účinnost transformace energie může být rovna pouze teoreticky 1, prakticky je vždy nižší. Několik definic termodynamických účinností je například v článku Energetické bilance lopátkových strojů [Škorpík, 2018] i v Úloze 3.

Tepelná účinnost oběhu

Teplo lze transformovat na práci prostřednictvím tepelného oběhu v tepelném stroji. Účinnost takové transformace je poměr vykonané práce a dodaného tepla, proto se takto definovaná účinnost nazývá tepelná účinnost oběhu, viz Vzorec 27. Tepelná účinnost oběhu nemůže být rovna 1, a to ani, pokud je složen z vratných změn. To je dáno tím, že část vykonané práce (která vznikla transformací dodaného tepla) se zase spotřebuje na to, aby se pracovní látka vrátila (zejména tlak a měrný objem) do původního stavu a oběh se mohl znova opakovat.

$$\eta_i = \frac{W_i}{Q_{in}} = \frac{w_i}{q_{in}}$$

27: Tepelná účinnost oběhu – definice

Index $_{in}$ označuje teplo, které bylo dodáno (input) do oběhu.

Střední teplota přívodu
tepla do oběhu

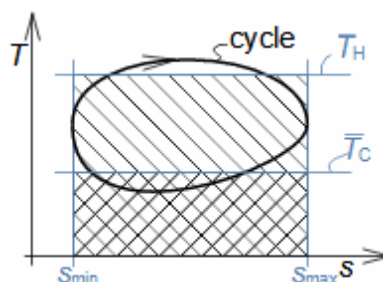
Střední teplota odvodu
tepla do oběhu

Entropie

Teplo přivedené

Teplo odvedené

Tepelnou účinnost oběhu složeného z vratných změn lze vyjádřit také pomocí střední teploty přívodu tepla do oběhu a střední teploty odvodu tepla z oběhu. Střední teplota přívodu tepla do oběhu T_H je teplota izotermické změny, která bude mít stejný rozdíl maximální a minimální entropie jako vyšetřovaný oběh a současně bude součin $T_H(s_{max}-s_{min})$ odpovídat ploše pod horní křivkou oběhu mezi entropiemi s_{max} a s_{min} , viz Obrázek 28. Střední teplota odvodu tepla z oběhu T_C je teplota izotermické změny, která bude mít stejný rozdíl maximální a minimální entropie jako vyšetřovaný oběh a současně bude součin $T_C(s_{max}-s_{min})$ odpovídat ploše pod dolní křivkou oběhu mezi entropiemi s_{max} a s_{min} , viz Obrázek 28. V případě, že se jedná o oběh složený z vratných dějů, pak součin $T_H(s_{max}-s_{min})$ bude odpovídat teplu do oběhu přivedenému a součin $T_C(s_{min}-s_{max})$ teplu z oběhu odvedenému, což plyne ze Vzorce 12 pro entropii. V takovém případě lze tepelnou účinnost oběhu i pomocí Vzorce 29.

**28: Definice střední teploty přívodu a odvodu tepla oběhu**

T_H [K] střední teplota přívodu tepla do oběhu; T_C [K] střední teplota odvodu tepla z oběhu. cycle-křivka stavu pracovní látky oběhu.

$$\eta_i = \frac{W_i}{q_{in}} = \frac{T_H(s_{max} - s_{min}) - T_C(s_{max} - s_{min})}{T_H(s_{max} - s_{min})} = 1 - \frac{T_C}{T_H}$$

29: Tepelná účinnost vratného oběhu

Carnotův oběh

Sadi Carnot

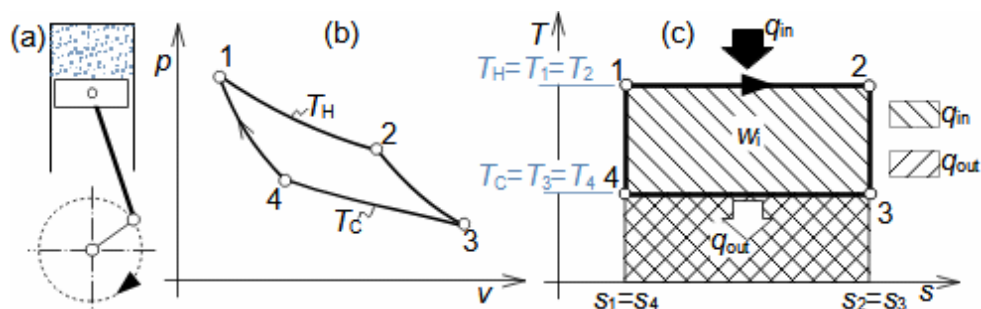
Izotermická změna

Ohřev

Adiabatická změna

Ochlazení

Objevit vratný tepelný oběh (oběh složený z vratných termodynamických změn) s maximální tepelnou účinností se podařilo vědcům již v první polovině 19. století. Dnes je tento oběh označován jako Carnotův oběh na počest francouzského fyzika Sadi Carnota (1796 – 1832), který se jako první přiblížil k jeho správnému tvaru. Pracovní látkou Carnotova oběhu je ideální plyn hermeticky uzavřen ve válci s pohyblivým pístem, který koná přímočarý vratný pohyb a pohání například klikovou hřídel, viz Obrázek 30a. Pohyb pístu je takový, aby se ve válci postupně vykonaly čtyři vratné změny během jedné otáčky klikového hřídele, a to nejprve izotermická expanze plynu o teplotě T_H při pohybu pístu z jeho horní úvrati (úsek 1-2 v diagramech na Obrázku 30(b-c)). Znamená to, že během této změny je plynu uvnitř válce dodáváno teplo – válec je ohříván. Na tuto izotermickou expanzi ve vhodné poloze pístu navazuje adiabatická expanze, kdy se přívod tepla přeruší. Tato expanze trvá až do dolní úvrati pístu. Při pohybu z dolní úvrati probíhá třetí vratná změna a to izotermická komprese o teplotě plynu T_C . Znamená to, že během této změny je plynu uvnitř válce teplo odebíráno – válec je chlazen. Na tuto izotermickou kompresi ve vhodné poloze pístu navazuje adiabatická komprese, kdy se odvod tepla přeruší. Tato komprese trvá až do horní úvrati pístu, a jestliže byly vybrány vhodné polohy pístu, při kterých došlo ke změně typu vratné změny, tak teplota a tlak plynu ve válci je stejná jako na začátku první změny – oběh je uzavřen. Tyto čtyři vratné změny lze zakreslit do p - v nebo T - s diagramu.



30: Carnotův oběh

(a) Jedna z možných realizací Carnotova oběhu, (b) p - v diagram Carnotova oběhu, (c) T - s diagram Carnotova oběhu. q_{in} [$J \cdot kg^{-1}$] dodané (přivedené) teplo; q_{out} [$J \cdot kg^{-1}$] odvedené teplo.

Maximální tepelná účinnost

Z T - s diagramu Carnotova oběhu plyne, že střední teplota odvodu i přívodu tepla oběhu jsou rovny maximální a minimální teplotě v oběhu ($T_H^- = T_H$, $T_C^- = T_C$). Odtud plyne, že Carnotův oběh dosahuje nejvyšší možné tepelné účinnosti pro konkrétní teplotní poměr, [Atkins, 2012, s. 54].

Carnotizace oběhu

Střední teplota přívodu tepla do oběhu

Střední teplota odvodu tepla do oběhu

Carnotův oběh v praxi nelze přesně, respektive beze ztrát, uskutečnit – překážkou je především rychlé střídání ohřevu ochlazení na stejné teplosměnné ploše válce. Nicméně je se jedná v termodynamice tepelných oběhů o jakýsi etalon, se kterým lze porovnávat jakýkoliv jiný oběh pomocí tepelné účinnosti. Klíčem k porovnání je stanovení středních teplot přívodu a odvodu tepla vyšetřovaného oběhu. Z termodynamického rozboru výše lze usuzovat, že tepelná účinnost tohoto oběhu se zvýší zvýší-li se střední teplota přívodu tepla do oběhu nebo naopak sníží střední teplota odvodu tepla z oběhu. Poměr těchto teplot sice u reálných oběhů nevyjadřuje přímo tepelnou účinnost, ale nastiňuje cestu k jejímu zvýšení. Tomuto rozboru tepelného oběhu se říká Carnotizace oběhu, která je použita v článcích Tepelné oběhy a jejich realizace [Škorpík, 2020], Parní turbína v technologickém celku [Škorpík, 2020b], Plynová turbína v technologickém celku [Škorpík, 2020c].

Tepelná účinnost

Náklady

Pro technickou praxi je tepelná účinnost oběhu velmi důležitá, protože tepelný oběh s vyšší účinností bude mít i nižší spotřebu tepla a naopak. Zdroj tepla vyžaduje zařízení (například spalovací zařízení, sluneční kolektor...), které nemůže být libovolně velké. Zároveň zdroj tepla má v dnešním světě konkrétní finanční hodnotu (samozřejmě záleží i na provozních nákladech celého zařízení pro realizaci takového oběhu).

Teorie vlhkého vzduchu

Směs

Suchý vzduchu

Vodní pára

Parciální tlak

Sytá pára

Relativní vlhkost

Vlhký vzduch je směsí plynů suchého vzduchu a vodní páry. Vodní pára se chová ve vzduchu stejně jako ostatní plyny ve směsi plynů. To znamená, že má určitý parciální tlak. Maximální parciální tlak páry ve vzduchu záleží na teplotě vzduchu. To je dáno tím, že var vody je dán tlakem. Jestliže bude teplota vzduchu 40 °C, pak podle parních tabulek nastane var vody při tlaku 7 384,94 Pa, což je hledaný maximální parciální tlak páry ve vzduchu. Z pohledu stavu páry se zároveň jedná o tlak sytých pár. Parciální tlak páry ve vzduchu může být i nižší a poměr mezi skutečným parciálním tlakem a tlakem sytých par se nazývá relativní vlhkost vzduchu, viz Rovnice 31.

$$t_{\text{air}} = 40 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow p''_p = 7384,94 \text{ Pa}$$

$$\varphi = 0,4 = \frac{p_p}{p''_p} \Rightarrow p_p = 2953,976 \text{ Pa}$$

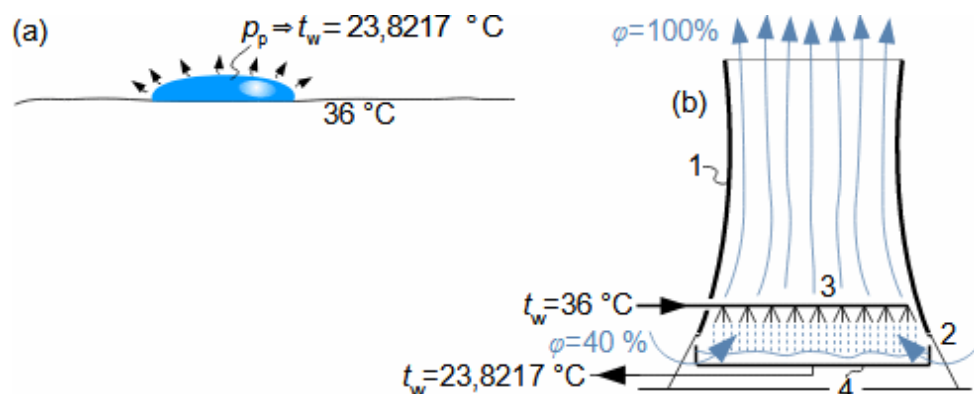
$$p_{\text{at}} = p_{\text{air}} + p_p = 101\,325,25 \text{ Pa}$$

31: Relativní vlhkost a tlak vzduchu

t_{air} [$^\circ\text{C}$] teplota vzduchu; p''_p [Pa] tlak, při kterém dojde k varu vody již při teplotě t_{air} ; p_{at} [Pa] atmosférický tlak; p_{air} [Pa] parciální tlak suchého vzduchu; p_p [Pa] parciální tlak vodní páry ve vzduchu; φ [1] relativní vlhkost vzduchu.

Relativní vlhkost
Nasycený vzduch
Nenasycený vzduch
Odpar
Pocení
Chladicí věž

Pokud je relativní vlhkost vzduchu rovná 1, pak tento vzduch je tzv. nasycený a už nepřijímá žádnou další vlhkost. Pokud je relativní vlhkost vzduchu menší jak 1, pak je tento vzduch nenasycený a při styku z povrchem vody tato voda na povrchu začne vřít při teplotě odpovídající aktuálnímu parciálnímu tlaku páry (dále se vzduchu přehřívá na teplotu vzduchu, takže je vzduchu ve formě přehřáté páry). Tuto vlastnost využívají živočichové k termoregulaci (pocení) a je na něm založen princip chladících věží, Obrázek 32.



32: Princip chlazení odparem

(a) stanovení teploty kapky potu na pokožce z teploty vlhkého vzduchu, jeho relativní vlhkosti a tlaku; (b) funkce chladicí věže a její parametry při dokonalém chlazení odparem (parametry vzduchu jsou stejné jako v případě (a)) a teplotě chladicí vody $36 \text{ } ^\circ\text{C}$. t_w [$^\circ\text{C}$] teplota vody/potu. 1-komín chladicí věže; 2-proud vzduchu vyvolaný komínovým efektem; 3-přívod ohřáté chladicí vody a sprchový systém pro důkladné promíchání vody se vzduchem; 4-bazén na ochlazenou vodu a její odvod.

Teplota varu
Podzim
Léto

Největší vlhkost vzduchu je na podzim, proto je teplota potu i chladicí vody někdy větší než v létě, protože se chladí pouze ohřevem okolního vzduchu. Naproti tomu v létě, kdy je ve vzduchu velmi nízká vlhkost, je parciální tlak páry ve vzduchu velmi malý a pot i chladicí voda se může vychladit (odpařovat) na teplotu nižší než teplota vzduchu v okolí.

Vlhkoměr
Psychrometr
Přesycený vzduch

Relativní vlhkost vzduchu lze měřit vlhkoměry zvané psychrometry. Naměříme-li 100% relativní vlhkost vzduchu, pak je vzduch nasycený, ale může navíc obsahovat vodu ve formě malých vodních kapek (aerosol) – tzv. přesycený vlhký vzduch.

Hmotnost
Komprese

Určení hmotnosti vlhkosti ve vzduchu je důležité například v technice stlačeného vzduchu. Metodika výpočtu uvolněné vlhkosti komprimovaného vlhkého vzduchu je v článku Turbokompresor v technologickém celku [2020d].

Úlohy

Úloha 1:

Stanovte množství tepla potřebného k ohřevu 2,2 l, 4,3 l a 6 l vody. Teplota vody před ohřevem je 12 °C, po ohřevu 60 °C. Řešení úlohy je v [Příloze 1](#).

§1: zadání: $V_1; V_2; V_3; t_1; t_2$	§3: výpočet: $q; m_1; m_2; m_3; Q_1; Q_2; Q_3$
§2: odečet: $h_1; h_2; \rho$	

Postup řešení Úlohy 1. Popisek symbolů je uveden v [Příloze 1](#).

Úloha 2:

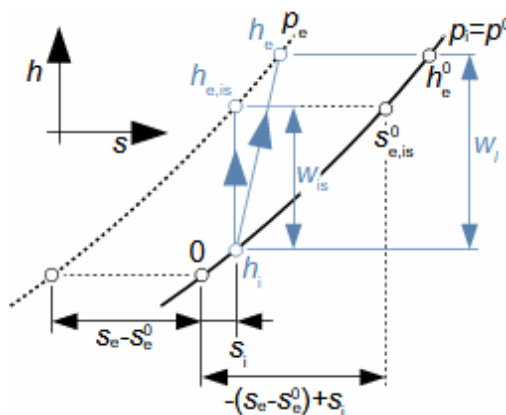
Stanovte množství tepla potřebného pro ohřev 1 kg vzduchu v místnosti. Uvažujte ohřev suchého vzduchu z teploty 12 °C na teplotu 23 °C v dokonale těsné místnosti, takže dodané teplo musí zvýšit jak vnitřní tepelnou energii, tak tlakovou energii neboli entalpii vzduchu v místnosti. Vypočítejte také nárůst entropie vzduchu při této změně. Řešení úlohy je uvedeno v [Příloze 2](#).

§1: zadání: $t_i; t_e$	§3: výpočet: $c_v \cdot \Delta t; \Delta(p \cdot v); q$
§2: odečet: $c_v; r$	§4: výpočet: Δs_v

Postup řešení Úlohy 2. Popisek symbolů je uveden v [Příloze 2](#).

Úloha 3:

Turbokompresor komprimuje adiabaticky suchý vzduch o atmosférickém tlaku a teplotě 14,35 °C s kompresním poměrem 23. Stanovte teplotu vzduchu na konci komprese a vnitřní práci turbokompresoru pro 1 kg plynu. Při řešení vycházejte z h - s diagramu reálného plynu. Termodynamická účinnost komprese je 0,85, přitom jeho porovnávací termodynamickou změnou je změna izoentropická. Neuvažujte vliv rozdílu kinetické energie vzduchu mezi vstupem a výstupem turbokompresoru na výslednou práci. Řešení úlohy je uvedeno v [Příloze 3](#).



§1: zadání: $p_i; t_i; \varepsilon; \eta_{is}$	§3: výpočet: $s_e - s_1^0; s_{e, is}^0$	§5: výpočet: $w_{is}; w_1; h_e$
§2: odečet: $h_i; s_i; r$	§4: odečet: $h_{e, is}; t_{e, is}$	§6: odečet: t_e

Postup řešení Úlohy 3. Popisek symbolů je uveden v [Příloze 3](#).

Odkazy

- ŠKORPÍK, Jiří, 2018, Energetické bilance lopatkových strojů, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/13.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2020, Tepelné oběhy a jejich realizace, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/tepelne-obehy-a-jejich-realizace.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2020b, Parní turbína v technologickém celku, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/25.html#menu>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2020c, Plynová turbína v technologickém celku, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/27.html#menu>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2020d, Turbokompresor v technologickém celku, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/26.html#menu>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2022, Úvod do lopatkových strojů, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://turbomachinery.education/uvod-do-lopatkovych-stroju.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023, Vnitřní tření tekutiny a vývoj mezní vrstvy, *fluid-dynamics.education*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://fluid-dynamics.education/vnitri-treni-tekutiny-a-vyvoj-mezni-vrstvy.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023b, Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny a její výpočet, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://fluid-dynamics.education/vznik-tlakove-ztraty-pri-proudeni-tekutiny-a-jeji-vypocet.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023c, Proudění plynů a par difuzory, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-difuzory.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023d, Proudění plynů a par tryskami, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://fluid-dynamics.education/proudeni-plynu-a-par-tryskami.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2023e, Škrčení plynů a par, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://fluid-dynamics.education/skrzeni-plynu-a-par.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2024, Jaderná energie a technologie pro její využití, *Transformační technologie*, Brno, ISSN 1804-8293, <https://www.transformacni-technologie.cz/jaderna-energie-a-technologie-pro-jeji-vyuziti.html>.
- ASIMOV, Isaac, 1978 (1972), *Slova vědy-co se za nimi skrývá* (Words of Science and History behind them a More Words of Science), Panorama (Houghton Mifflin Company), Praha (Boston).
- ATKINS, Peter, 2012, *Čtyři zákony, které řídí vesmír*, Academia, Praha, ISBN 978-80-200-2108-3.
- BATHIE, William, 1984, *Fundamentals of gas turbines*, John Wiley&Sons, Inc. New York, ISBN 0-471-86285-1.
- BERNAL D. John, 1960, *Věda v dějinách (Science in History)*, SNPL (Watts and Comp.), Praha (London).
- GECSEI, Ján, KLÍR, Jiří, PELIKÁN, Pavel, 1964, *Matematické stroje*, Orbis, Praha.
- HORÁK, Zdeněk, KRUPKA, František, ŠINDELÁŘ, Václav, 1961, *Technická fyzika*, SNTL, Praha.
- KALČÍK, Josef, SÝKORA, Karel, 1973, *Technická termomechanika*, Academia, Praha.
- MACHÁČEK, Martin, 1995, *Encyklopedie fyziky*, Mladá fronta, Praha, ISBN 80-204-0237-3.
- POLESNÝ, Bohumil et al., 1990, *Termodynamická data pro výpočet tepelných a jaderných energetických zařízení*, Ediční středisko VUT, Brno, ISBN 8021401605.
- RAŽNJEVIĆ, Kuzman, 1984, *Termodynamické tabulky*, Alfa, Bratislava.
- VOL'KENŠTEJN, Michail Vladimirovič, 1979, *Křižovatky vědy*, Horizont, Praha.
- PRÁGEROVÁ, Alena, 1971, *Diferenční rovnice*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
-