

VZNIK TLAKOVÉ ZTRÁTY PŘI PROUDĚNÍ TEKUTINY A JEJÍ VÝPOČET

- strana 3 – **Popis vzniku tlakové ztráty a základních pojmů**
 - **Úloha 254:** Výpočet sil působící na potrubí od proudu tekutiny
 - strana 4 – **Darcy-Weisbachova rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí**
 - **Úloha 781:** Odvození rovnic tlakové ztráty pro laminární proudění mezi dvěma deskami
 - strana 5 – **Výpočet ztrátového součinitele potrubí**
 - strana 7 – **Měrná tlaková ztráta v potrubí**
 - strana 8 – **Tlaková ztráta v místních odporech**
 - strana 11 – **Hospodárná rychlost proudění**
 - strana 12 – **Charakteristika potrubního systému**
 - **Úloha 663:** Výpočet tlakové ztráty potrubní trasy a charakteristiky potrubního systému
 - **Úloha 1081:** Výpočet konstanty potrubního systému z naměřené tlakové ztráty
 - **Úloha 265:** Výpočet pracovního bodu čerpadla a charakteristiky potrubního systému
 - strana 14 – **Změna tlakové ztráty při znečištění a korozi potrubí**
 - **Úloha 379:** Výpočet zvýšení tlakové ztráty v čase kvůli znečištění
 - strana 17 – **Tlaková ztráta při významné změně hustoty**
 - **Úloha 109:** Výpočet rozměrů Lavalovy trysky při prouděním se ztrátami
 - **Úloha 1271:** Výpočet škrcení páry
 - **Úloha 650:** Výpočet labyrintové ucpávky pro danou tlakovou ztrátu
 - strana 19 – **Odkazy**
 - strany 20-27 – **Přílohy**
-

- **autor:** – ŠKORPÍK, Jiří ([LinkedIn.com/in/jiri-skorpik](https://www.linkedin.com/in/jiri-skorpik))
- **datum vydání:** – Duben 2010, Květen 2021, Červen 2023, Duben 2024 (4. vydání)
- **název:** – Vznik tlakové ztráty při proudění tekutiny a její výpočet
- **sborník:** – *transformacni-technologie.cz/index.html#dynamika-tekutin*
- **provenience:** – Brno (Česká republika)
- **email:** – skorpik.jiri@email.cz

Copyright©Jiří Škorpík, 2010-2024

Všechna práva vyhrazena.

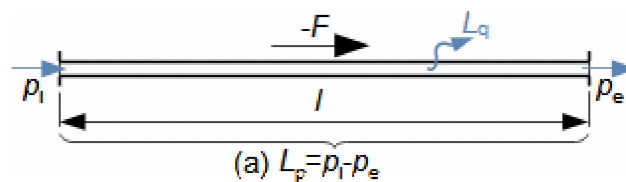
Popis vzniku tlakové ztráty a základních pojmů

Při proudění tekutin vzniká tření o povrch průtočného kanálu a obtékaných těles i tření uvnitř tekutiny (tzv. vnitřní tření). Třením ztrácí tekutina kinetickou energii a aby protékla kanálem požadovanou rychlostí (průtokem), musí nabývat kinetickou energii na úkor tlakové energie – vzniká tlaková ztráta L_p , případně na úkor jiné energie, například potenciální energie apod.

Tření tekutiny v potrubí a jeho důsledky

Na **Obrázku 833** je nejjednodušší případ vzniku tlakové ztráty při proudění nestlačitelné tekutiny v potrubí s konstantním průřezem. Protože na vstupu i výstupu z kanálu musí být stejný průtok, tedy i rychlost, bez změny potenciální energie, je tlaková ztráta L_p rovna rozdílu statických tlaků mezi vstupem a výstupem, viz **Rovnice 833a**.

– **833:** –



$$(b) L_q = \frac{L_p}{\rho}$$

$$(c) F = L_p \cdot A$$

A [m²] průtočný průřez; F [N] třecí síla působící mezi stěnou potrubí a tekutinou; l [m] vyšetřovaná délka potrubí; L_p [Pa] tlaková ztráta na vyšetřované délce potrubí (pressure losses); L_q [J·kg⁻¹] ztrátové teplo způsobené vnitřním třením tekutiny; p [Pa] tlak; ρ [kg·m⁻³] hustota pracovní tekutiny. Index $_i$ označuje vstup, index $_e$ výstup. Odvození rovnic je provedeno v **Příloze 833**.

Ztrátové teplo

Ztrátové teplo L_q , které vzniká při tření zahřívá pracovní tekutinu. Ztrátové teplo pro případ **Obrázku 833** odpovídá tlakové energii tlakové ztráty, viz **Rovnice 833b**.

Třecí síla

Tekutina působí třecí silou F na kanál ve směru proudění. Třecí sílu pro případ **Obrázku 833** lze vypočítat z rozdílu tlaku mezi vtokem a výtokem kanálu (tlakové ztrátě) a průtočné plochy kanálu, viz **Rovnice 833c**.

Kritéria pro výpočet tlakové ztráty

Velikost tlakové ztráty je funkcí vlastností pracovní tekutiny, tvaru kanálu, kterým protéká a drsnosti ploch tohoto kanálu. Přičemž postup výpočtu tlakové ztráty ve vyšetřovaném kanále se odvíjí podle toho, jestli je v kanále laminární a nebo turbulentní proudění. To lze zjistit podle hodnoty Reynoldsova čísla pro daný případ, pro jehož výpočet je nutné znát střední rychlost tekutiny, charakteristický rozměr kanálu (v případě potrubí se jedná o průměr) a hodnotu kinematické viskozity. Jestliže je hodnota Reynoldsova čísla menší než je hodnota kritického Reynoldsova čísla, pak bude proudění spíše laminární, jestliže je hodnota Reynoldsova čísla větší než je hodnota horního kritického Reynoldsova čísla, pak bude proudění pravděpodobně turbulentní.

Využití výpočtových modelů tlakových ztrát

Tlakovou ztrátu potrubní sítě stanovujeme proto, abychom dokázali stanovit tlak na konci potrubí a práci čerpadla či ventilátoru pro pokrytí energetických potřeb vzniku ztrátového tepla. Výpočet ztrátového tepla je důležitý i v kryogenice při dopravě zkapalněných plynů potrubím, protože ztrátové teplo tyto podchlazené tekutiny zahřívá a ty mohou ztrácet vlastnosti nebo se dokonce odpařovat.

Tlakové ztráty v tryskách a difuzorech

Mimo tlakové ztráty při dopravě tekutin potrubím vzniká tlaková ztráta i při dynamických dějích v kanálech určené pro transformaci tlakové a kinetické energie tekutiny jako jsou trysky, difuzory a lopatkové kanály lopatkových strojů.

Darcy-Weisbachova rovnice pro výpočet tlakové ztráty v potrubí

Z Navier-Stokesových rovnic lze snadno odvodit vztah pro výpočet tlakové ztráty pro případ laminárního ustáleného proudění jako funkci dynamického tlaku. Tato rovnice se nazývá Darcy-Weisbachova rovnice, kterou sestavil francouzský inženýr Henrym Darcym (1803-1858) pro potrubí, viz **Rovnice 657**. Později, na základě dlouhodobých experimentů a dedukce, potvrdil platnost tohoto vztahu německý inženýr Julius Weisbach (1806-1871) i pro proudění turbulentní a dokonce i pro ztrátu v potrubních tvarovkách a ventilech.

– **657:** –

$$L_p = \xi \cdot \rho \frac{V^2}{2}$$

ξ [1] ztrátový součinitel prvku vztažený ke kinetické energii střední rychlosti (definovaný Weisbachem); V [$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$] střední rychlost hmotnostního toku (střední rychlost proudění).

Podmínky použití Darcy-Weisbachovy rovnice

Použití Darcy-Weisbachovy rovnice je podmíněno předpokladem, že na vyšetřovaném úseku potrubí se nemění hustota. Nicméně při dopravě plynů na velmi dlouhých trasách plynovodů se může hustota měnit. Při přepravě plynů plynovody se řeší výpočet tlakové ztráty po úsecích, na kterých se vychází ze střední hustoty plynu na daném úseku.

Paradox plynovodu s vyšším tlakem

Z Darcy-Weisbachovy rovnice plyne, že pro minimální tlakovou ztrátu je výhodné přepravovat plyn při vyšších tlacích a hustotách než při nízkých tlacích a vysokých rychlostech. Proto jsou tlaky v tranzitních plynovodech kolem 7 MPa a tlak plynu se snižuje před spotřebiči (viz **Tabulka 1142**), které jsou kvůli bezpečnosti konstruovány na nižší tlaky.

– **1142:** –
Přetlaky plynovodů zemního plynu

	p		p
Tranzitní plynovod	7,5	Středotlaký plynovod	0,1...0,3
Vysokotlaký plynovod	4	Nízkotlaký (domácnosti)	0,002

p [MPa] přetlak v plynovodu.

Ztrátový součinitel jako dopočitatelná i experimentální veličina

Z Darcy-Weisbachovy rovnice tedy plyne, že tlaková ztráta je určitým podílem z dynamického tlaku, tento podíl se nazývá ztrátový součinitel. Pro kanály stálého průřezu, respektive potrubí, lze ztrátový součinitel docela dobře vypočítat podle rovnic uvedených v kapitole Výpočet ztrátového součinitele potrubí. Pro jiné typy kanálů, například kolena, ventily apod. se používají výsledky z měření, viz kapitola Tlaková ztráta v místních odporech.

Výpočet ztrátového součinitele potrubí

*Ztrátový součinitel potrubí neměnného průřezu lze vypočítat podle **Rovnice 855**. Je tedy funkcí délky a průměru potrubí (za d se dosazuje charakteristický rozměr, jestliže je potrubí nekruhového průřezu) a veličiny zvané součinitel tření.*

– **855:** –

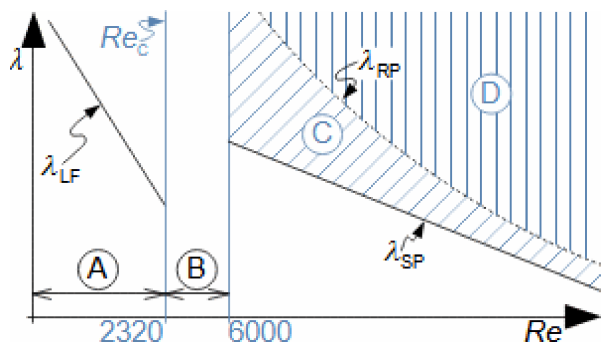
$$\xi = \lambda \frac{l}{d}$$

d [m] vnitřní průměr potrubí; l [m] délka potrubí; λ [1] součinitel tření v potrubí na vyšetřovaném úseku potrubí.

Součinitel tření pro čtyři možné případy proudění potrubím podle Nikuradseho diagramu

Rovnici součinitele tření v potrubí při laminárním proudění λ_{LF} lze snadno odvodit z Navier-Stokesových rovnic, viz **Rovnice 658**. Při určování hodnoty součinitele tření při turbulentním proudění se vychází ze závěru měření na sérii skleněných potrubí s uměle vytvořenou drsností pomocí pískového filmu, které provedl Johann Nikuradse. Nikuradse měřil tlakovou ztrátu několika potrubí s různými relativními drsnostmi povrchu pro vybraná Reynoldsova čísla a odtud vypočítal hodnoty součinitele tření λ podle Darcy-Weisbachovy rovnice (**Rovnice 657** (s. 4)). Z těchto hodnot vytvořil diagram závislosti součinitele tření na Reynoldsově čísle a potvrdil existenci čtyř oblastí s různými závislostmi součinitele tření na Reynoldsově čísle, viz **Obrázek 658**.

– **658:** –

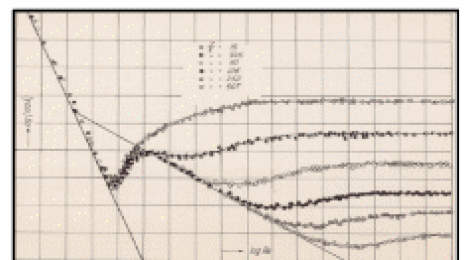


$$\lambda_{SP} = 0,0054 + 0,396 Re^{-0,3}; \quad Re < 1\,500\,000$$

$$\lambda_{LF} = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda_{RP} \approx \left(\frac{200}{Re_B \cdot C} \right)^2$$

$$C = \frac{\epsilon}{d}$$



vlevo-praktické rozdělení Nikuradseho diagramu; vpravo-originál Nikuradseho diagramu [Nikuradse, 1933]. (A) oblast laminárního proudění – lineární závislost součinitele tření; (B) přechodová oblast proudění z laminárního na turbulentní – může se vyskytovat jak laminární tak turbulentní proud; (C) turbulentní oblast proudění, ve které je součinitel tření funkcí Reynoldsových čísel i relativní drsnosti potrubí; (D) turbulentní oblast, ve které je součinitel tření funkcí prakticky pouze relativní drsnosti potrubí, tj. čím vyšší relativní drsnost, tím větší součinitel tření. C [1] relativní drsnost potrubí; Re [1] Reynoldsovo číslo; Re_c [1] kritické Reynoldsovo číslo; λ_{LF} [1] součinitel tření při laminárním proudění (laminar flow), odvození rovnice je v **Příloze 658**; λ_{SP} [1] součinitel tření pro turbulentní proudění v hydraulicky hladkých potrubí (smooth-pipe, $C \rightarrow 0$) [Schiller, 1930]; λ_{RP} [1] hranice, od které se se zvyšujícím se Reynoldsovým číslem součinitel tření nemění, tzv. proudění v hydraulicky drsném potrubí (rough pipe) [Moody, 1944]; ε [m] absolutní drsnost vnitřních stěn potrubí (hodnoty například viz. **Tabulka 1194** (s. 7)).

Colebrookova rovnice pro součinitel tření v potrubí při turbulentním proudění

Pro oblast turbulentního proudění (regiony (C) a (D) na **Obrázku 658** (s. 5)) existuje jedna univerzální rovnice s dostatečnou přesností pro běžnou technickou praxi. Takovou rovnici sestavil Cyril Colebrook (1910-1997), viz **Rovnice 164** na základě aproximací skutečně naměřených hodnot v Nikuradseho diagramu doplněného o další měření, která byla provedena. Americký inženýr Lewis Moody (1880-1954) pak vytvořil pomocí Colebrookovy rovnice diagram vypočítaných hodnot součinitele tření, který se dnes označuje jako Moodyho diagram (nomogram). Moodyho diagram je široce publikován on-line i knižně, například [Moody, 1944]. Nicméně používají si i jiné empirické rovnice.

– **164:** –

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{C}{3,72} \right)$$

Mezní Reynoldsovo číslo

V oblasti (C) probíhá vývoj turbulentního rychlostního profilu. V oblasti (D) je již vývoj dokončen a i při zvyšující se hodnotě Reynoldsova čísla se podíl kinetické energie tekutiny v mezní vrstvě ku kinetické energii v jádru proudu nemění. Hodnoty mezních Reynoldsových čísel Re_{RP} , tedy přibližnou hranici mezi oblastmi (C) a (D) lze vypočítat dosazením rovnice pro λ_{RP} do Colebrookovy rovnice. Vybrané hodnoty takto vypočítaných mezních Reynoldsových čísel jsou uvedeny v **Tabulce 180**.

– **180:** –

Orientační hodnoty mezního Reynoldsova čísla

C	$1 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	0,001	0,01	0,01	0,04	0,05
Re_{RP}	$2,62 \cdot 10^9$	$2,22 \cdot 10^8$	$1,82 \cdot 10^7$	$1,42 \cdot 10^6$	$2,28 \cdot 10^5$	$1,02 \cdot 10^5$	$1,95 \cdot 10^4$	$1,48 \cdot 10^4$

C [1]; Re_{RP} [1] mezní Reynoldsovo číslo, při kterém přestává být součinitel tření citlivý na změnu Re

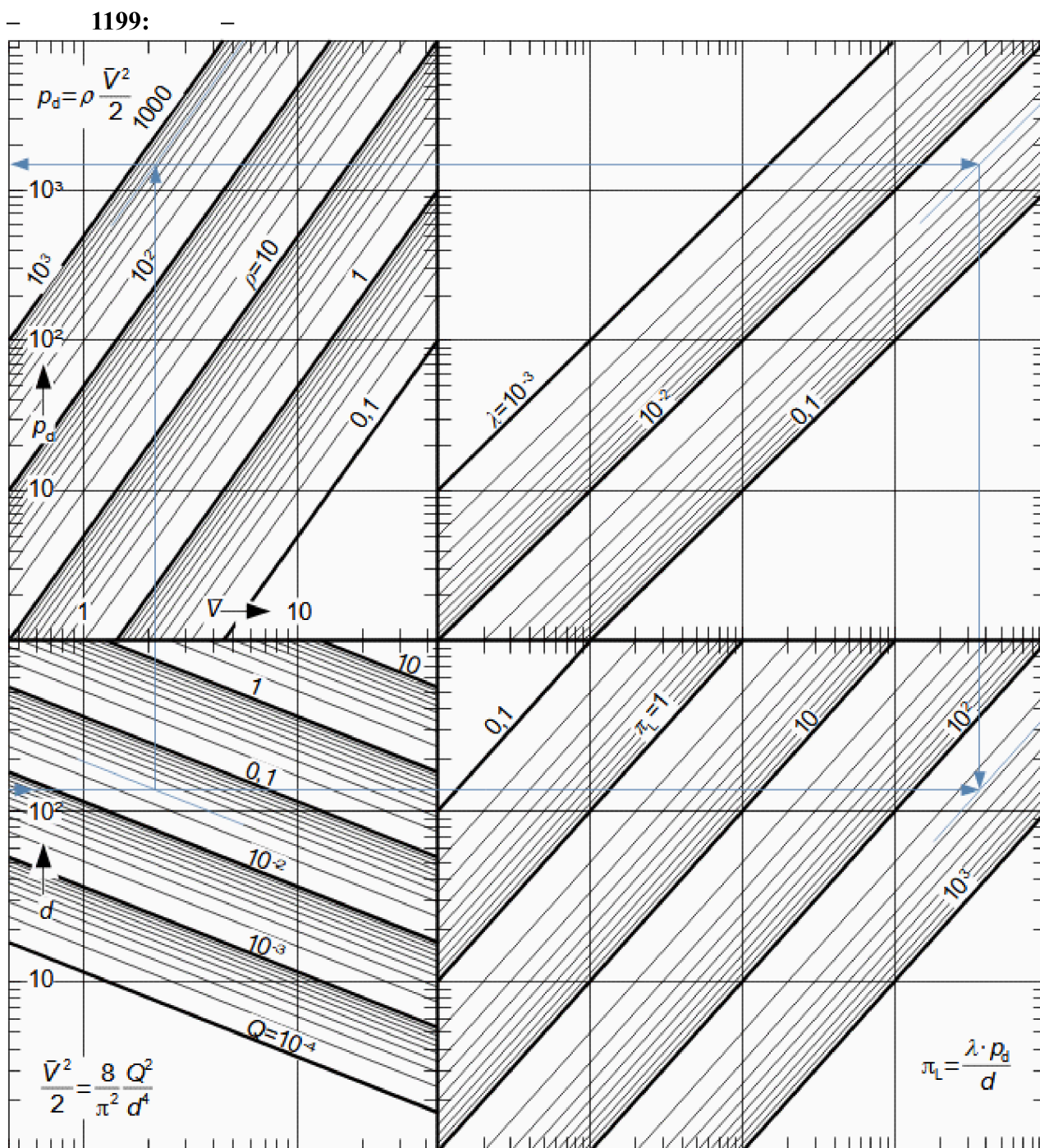
– **1194:** –
*Orientační hodnoty
 absolutních drsností
 trubek*

	ε		ε
Tažené (nové) z: měď, mosaz, sklo	0 - 0,0015	Litínové	0,26 - 1
Plast	$\leq 0,0015$	Ocelové pozinkované	0,15
Ocelové bezešvé válcované	0,04 - 0,1	Ocelové trubky korodované vyčištěné	0,15...0,2
Ocelové svařované podélným švem	0,05...0,1		

[mm]. Výběr z [Stephan et al., 2010, p. 1058].

Měrná tlaková ztráta v potrubí

*Pro základní návrhy potrubní trasy využívají projektanti veličinu měrná tlaková ztráta v potrubí odpovídající tlakové ztrátě v potrubí o délce 1 m, viz také **Nomogram 1199** (s. 8).*

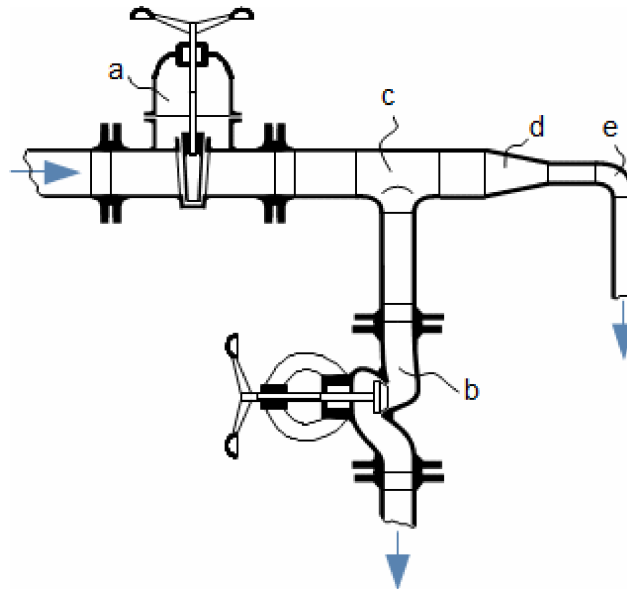


Nomogram pro výpočet měrné tlakové ztráty, dynamického tlaku a měrné kinetické energie tekutiny v potrubí: p_d [Pa] střední dynamický tlak proudu; d [mm], Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$], V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], λ [1], π_L [$\text{Pa} \cdot \text{m}^{-1}$] měrná tlaková ztráta.

Tlaková ztráta v místních odporech

Potrubní trasa (potrubní síť) nebývá přímočará a může být tvořena dalšími potrubními prvky (odbočky různých tvarů, oblouky, zúžení), armaturami, filtry, měřidly a dalšími průtočnými částmi, viz **Obrázek 1195** (s. 9). Tyto prvky jsou místními odpory a vzniká v nich místní tlaková ztráta.

– **1195:** –
Příklad potrubní trasy s vyznačením místních odporů



a-šoupátko; b-uzavírací ventil (obecně má vyšší tlakovou ztrátu než šoupátko); c-odbočka (T-kus); d-plynulé zúžení; e-oblouk (koleno).

Škrčení v místním odporu

Tlakové ztráty v místních odporech bývají mnohem intenzivnější než v rovném úseku potrubí vzhledem k tomu, že při průtoku těmito částmi dochází i ke změně tvaru průtočného kanálu, směru proudění a často i ke škrčení tekutiny. Za speciální případ místního odporu, lze považovat i vtoky a výtoky z trubky. Na okrajích je totiž proudění většinou neustálené a ovlivněné tvarem začátku či konce potrubí.

Výpočet místní tlakové ztráty v místním odporu

Tlakovou ztrátu místního odporu lze vypočítat také podle **Rovnice 657** (s. 4), přičemž za střední rychlost se dosazuje střední rychlost proudu před prvkem.

Určení hodnoty ztrátového součinitele místního odporu

Ztrátový součinitel ζ některých typů místních odporů lze i vypočítat, častěji se ale vychází z měření daného místního odporu pro různá Reynoldsova čísla. Nicméně u některých typů místních odporů není vliv Reynoldsova čísla významný a lze použít tabelizované hodnoty, především pro armatury a potrubní tvarovky např. v [Stephan et al., 2010, s. 1065]. Příslušný ztrátový součinitel poskytuje výrobce daného potrubního prvku.

*Alternativní postupy
určení ztrátového
součinitele armatury*

V případě armatury (ventily, šoupátka apod.) obvykle výrobce také dodává přímo grafy závislosti její tlakové ztráty na průtoku (podle druhu protékajícího média). Pokud je znám jmenovitý průtokový součinitel armatury K_{VS} , lze ztrátu v závislosti na průtoku vypočítat pomocí **Rovnice 661**. Jmenovitý průtokový součinitel se měří na úseku $2 \cdot d$ před armaturou a $8 \cdot d$ za armaturou, proto takto vypočítaný ztrátový součinitel zahrnuje i tuto délku potrubí. Takže skutečný ztrátový součinitel armatury je nižší o ztrátový součinitel odpovídající $10 \cdot d$ hladkého potrubí. Orientační hodnoty ztrátových součinitelů některých armatur jsou uvedeny v [Stephan et al., 2010, s. 1073]. Existují ale i jiné typy součinitelů zpravidla odvozené od tlakové ztráty armatury. Záleží na výrobcu jakou metodiku porovnávání armatur používá. Příslušné vztahy potom uvádí ve svém katalogu armatur.

661:

*Výpočet ztrátového
součinitele armatury*

$$\xi = 0,001599 \frac{d^4}{K_{VS}^2}$$

d [mm] vnitřní průměr vstupu a výstupu armatury; K_{VS} [$\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$] jmenovitý průtokový součinitel armatury. Vztah je odvozen pro průtok vody v [Roček, 2002, s. 236].

*Přibližný výpočet
ztrátového
součinitele armatury*

Pro přibližný výpočet tlakové ztráty místního odporu lze použít i veličinu zvanou ekvivalentní délka potrubí. Tato veličiny udává délku hladkého potrubí (vyjádřená jako počet průměrů hladkého potrubí) o stejném průměru jako je vstupní průměr vyšetřovaného místního odporu se stejnou tlakovou ztrátou. Ekvivalentní délky potrubí některých armatur a potrubních tvarovek jsou uvedeny v [Fraas, 1989, s. 447], výběr pak v **Tabulce 1200**. Výhodou je, že při výpočtu stačí jednotlivé ekvivalentní délky sečíst a vypočítat jejich celkovou tlakovou ztrátu jako by se jednalo o stejně dlouhé hydraulicky hladké potrubí, viz **Úloha 663** (s. 13).

1200:

*Ekvivalentní délka
potrubí $l \cdot d^{-1}$
některých armatur a
potrubních tvarovek*

	$l \cdot d^{-1}$	$l \cdot d^{-1}$
VENTILY PŘÍMÉ		
obyčejné	340	s šikmým vedení vřetena 60° od 175 osy potrubí
s vedením vřetena i v průtočné části	450	s šikmým vedení vřetena 45° od 145 osy potrubí
NÁROŽNÍ VENTILY		
obyčejné	145	s vedením vřetena i v průtočné části 200
ŠOUPÁTKA		
obyčejné (dvě sedla)	13	pro plynovody 3
pro velmi vazké kapaliny (jedno sedlo)	17	

$l \cdot d^{-1}$		$l \cdot d^{-1}$	
ZPĚTNÉ VENTILY			
se zpětnou klapkou	35	s kuličkou	150
s plně otvíratelnou klapkou	50	se sacím košem deskový	420
přímé	340	se sacím košem s klapkou	75
nárožní	145	uzavírací klapky	20
KOHOUTY			
obyčejné	18	třicestné	140
POTRUBNÍ TVAROVKY			
90° koleno	30	rohové koleno (bez radiusu)	57
45° koleno	16	180° koleno (malé)	50
90° koleno (velký radius)	20	tvarovka T	20
90° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	50	tvarovka T (většina průtoku odbočuje do větve)	60
45° koleno s hrdlem (k pájení nebo šroubení)	26		
PRŮTOKOMĚRY			
turbínový	150	clonkový	200
pístový (objemový)	400		

$l \cdot d^{-1}$ [1] ekvivalentní délka potrubí. Výběr z [Fraas, 1989], doplněno o průtokoměry [Izard, 1961, s. 299].

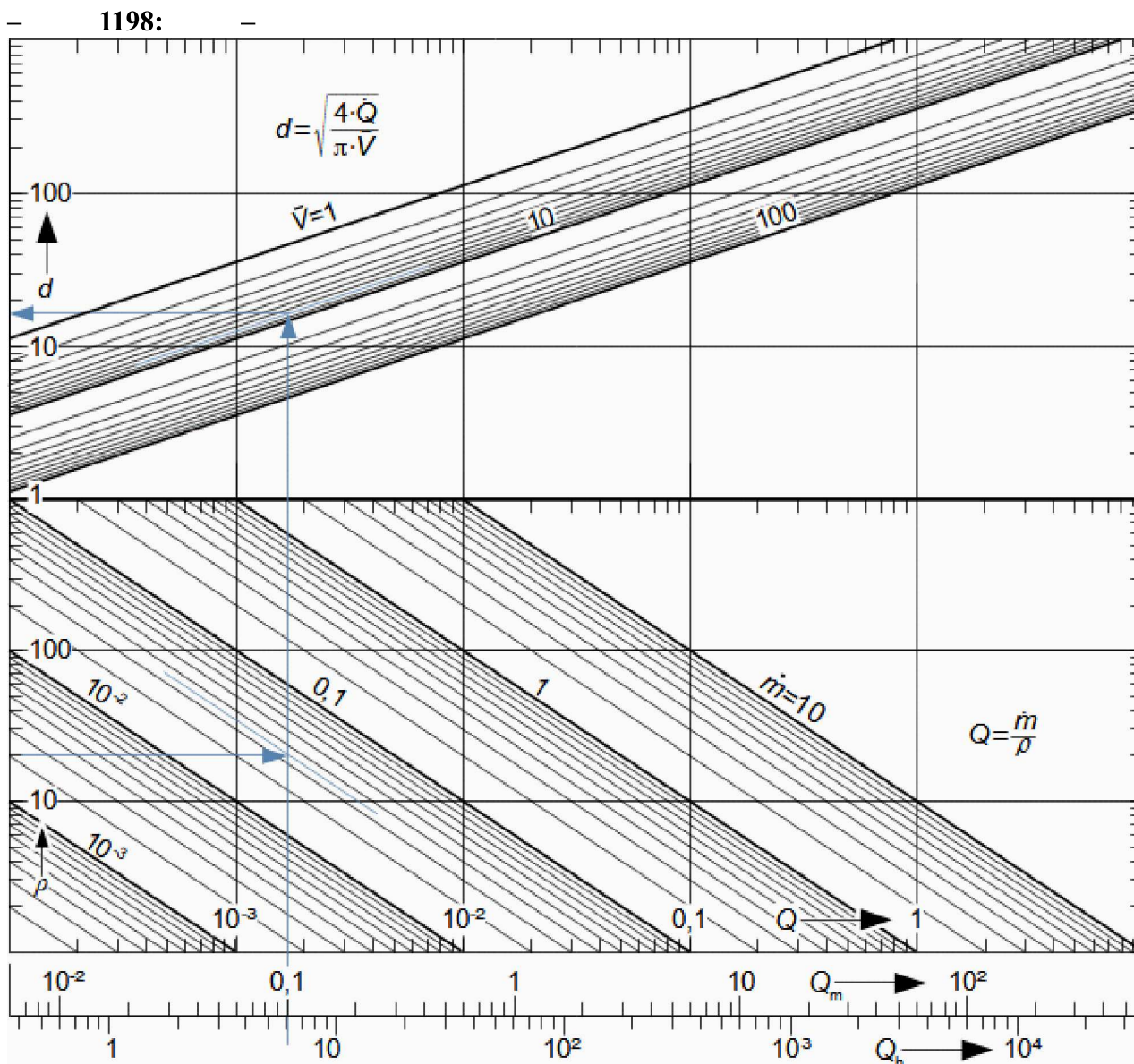
Hospodárná rychlost proudění

Z Darcyho-Weisbachovy rovnice vyplývá, že vyšší střední rychlost způsobuje vyšší tlakovou ztrátu. S rostoucí tlakovou ztrátou stoupá cena pracovního stroje (čerpadla, ventilátoru...) a provozní náklady. Větší průměr potrubí snižuje rychlost proudění, ale zvyšuje náklady na pořízení potrubních tras a armatur. Hodnoty hospodárných rychlostí pro různé látky lze nalézt v [Stephan et al., 2010, p. 1063], v **Tabulce 1197** je výběr. Existují však i jiné důvody pro nižší/vyšší rychlosti než je hospodárnost, např. dispoziční důvody apod.

1197:		V		
– Hodnoty hospodárných rychlostí v potrubí	Olej	1...2	Pára přehřátá do 4 MPa	20...40
	Voda	1...4	Pára přehřátá o vysokém tlaku	30...60, 80
	Pára topná o nízkém tlaku	10...15	Výfuková pára (po expanzi ve stroji)	15...30
	Pára sytá do 1 MPa	15...20	Vzduch (stlačený)	2...4
V [m·s ⁻¹]				

Výpočet průměru
potrubí z hospodárné
rychlosti

Z navržené hospodárné rychlosti proudění, hustoty a požadovaného měrného průtoku se vypočítá průměr potrubí d , viz **Nomogram 1198**. Vypočítaný průměr potrubí je nutné zaokrouhlit podle vyráběných průměrů trubek odpovídající tlaku a teplotě, při které bude potrubí provozováno.

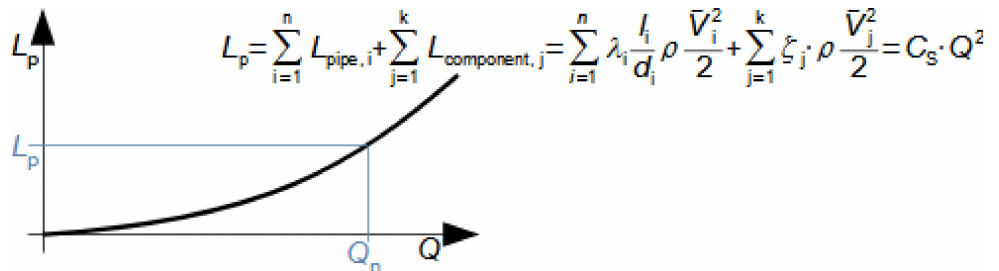


Nomogram pro výpočet průměru potrubí: V [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$], ρ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$], \dot{m} [$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$] hmotnostní tok; \dot{m}_m [$\text{kg} \cdot \text{min}^{-1}$], \dot{m}_h [$\text{kg} \cdot \text{h}^{-1}$], Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] objemový tok; Q_m [$\text{m}^3 \cdot \text{min}^{-1}$], Q_h [$\text{m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$] objemový tok potrubím, d [mm] průměr potrubí.

Charakteristika potrubního systému

Závislost tlakové ztráty potrubní trasy na objemovém průtoku se nazývá charakteristika potrubního systému. Z rovnice pro výpočet tlakové ztráty je zřejmé, že při $\rho = \text{konst.}$ bude tlaková ztráta kvadratickou funkcí s parametrem C_S zvaným konstanta potrubního systému (jiný název měrný hydraulický odpor potrubní trasy), viz **Rovnice 662** (s. 13).

662:



n [-] počet jednotlivých úseků potrubí (každý úsek má po celé délce konstantní průměr); k [-] počet místních odporů; L_{pipe} [Pa] tlaková ztráta při proudění daným úsekem potrubního systému; $L_{\text{component}}$ [Pa] tlaková ztráta místního odporu; C_S [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-7}$] konstanta potrubního systému; Q [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$] objemový průtok. $L_{p,n}$ [Pa] tlaková ztráta při jmenovitém průtoku Q_n systémem. Rovnice platí i pro potrubí nekruhového průřezu.

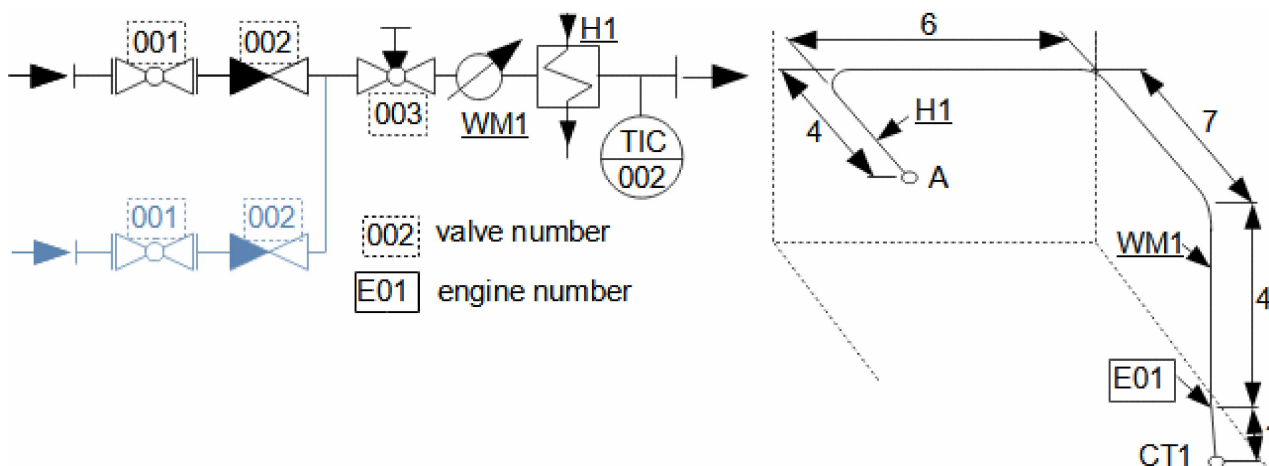
Konstanta potrubního systému jako funkce otevření ventilů

Konstanta potrubního systému C_S se většinou uvažuje jako konstanta pro dané otevření jednotlivých armatur, ale protože součinitel tření λ je funkcí Reynoldsova čísla, musí se s průtokem měnit i C_S . Tato změna není ovšem příliš velká pokud nás zajímá tlaková ztráta v oblasti jmenovitého průtoku. Konstanta potrubního systému C_S se také mění otevíráním/zavíráním ventilů (změna jejich tlakové ztráty), proto se někdy uvádí několik křivek charakteristik potrubního systému pro jednotlivé polohy vřeten ventilů.

Výpočet konstanty potrubního systému

Konstantu potrubního systému lze vypočítat podle **Rovnice 662** z jednotlivých tlakových ztrát potrubního systému pro známý (jmenovitý) průtok (viz **Úloha 663**) a nebo ji lze vypočítat z naměřené tlakové ztráty při konkrétním objemovém průtoku, viz **Úloha 1081** (s. 14).

- **Úloha 663:** – Určete charakteristiku potrubního systému na výtlaku kondenzátního čerpadla (viz příložený obrázek), ve kterém je kondenzát čerpán z pomocné nádrže kondenzátu CT1 do napájecí nádrže přes ohřívák kondenzátu H1. Na trasu je napojen paralelní potrubní systém se záložním čerpadlem (modrá barva). Teplota vody na výstupu z čerpadla je $60 \text{ }^\circ\text{C}$ a za ohřívákem H1 $105 \text{ }^\circ\text{C}$. Průtok čerpadlem je $2,4 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Průtokový součinitel kulového kohoutu 001 je $48,5 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$. Zpětný ventil má tlakovou ztrátu 5 kPa. Minimální tlaková ztráta vyvažovací armatury je 750 Pa. Tlaková ztráta vodoměru je 18 kPa. Tlaková ztráta ohříváku H1 je 12 kPa. Potrubí je běžné vodovodní jednopalcové. Řešení úlohy je uvedeno v **Příloze 663**.

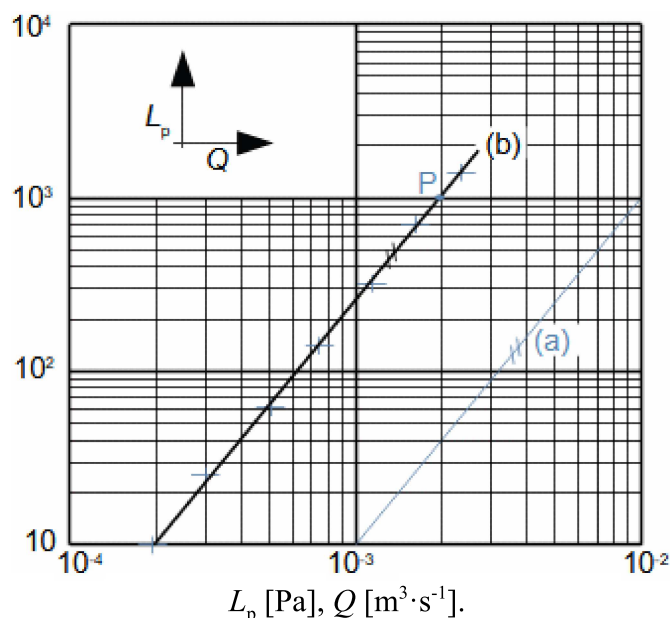


CT1-pomocná nádrž kondenzátu č. 1 (condenser tank); H1-ohřívák č. 1 (heater); WM1-vodoměr č. 1 (water meter); valve number-číslo armatury; engine number-číslo motoru. Délky jednotlivých úseků potrubního systému jsou uvedeny v metrech.

- **Úloha 1081:** – Nalezněte přibližnou hodnotu konstanty potrubního systému určeného pro vytápění. Potrubím proudí teplá voda. K dispozici jsou naměřené průtoky systémem a příslušná tlaková ztráta uvedené v tabulce níže. Naměřené hodnoty upraveny z [Pleskot, 1947, s. 17]. Řešení úlohy je uvedeno v **Příloze 1081.**

Tabulka naměřených hodnot

L_p	10	25,1	62	140	320	700	1400
Q	19,64	29,64	50,07	74,61	113,9	161	233,7



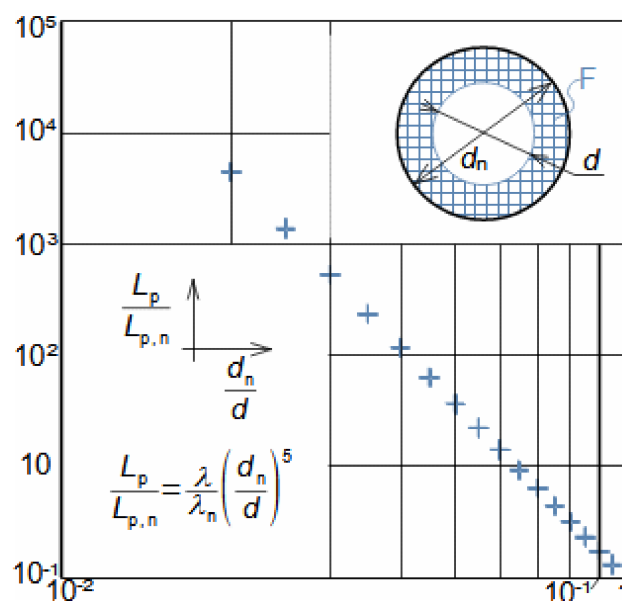
Změna tlakové ztráty při znečištění a korozi potrubí

Znečišťování a koroze potrubí a výměníků obvykle postupně způsobuje takové problémy, že je nutné je vyčistit (zvýšení tlaku v potrubním systému a vznik netěsností, zvýšení čerpací práce apod.).

~
Znečištění potrubí
snižuje jeho průřez
průřez

Ke znečištění potrubí může dojít, jestliže kapalina není čistá. Na **Obrázku 154** je uvedena změna tlakové ztráty v potrubí při rovnoměrném nánosu v potrubí – o stejná procenta zvýšení tlakové ztráty se přibližně zvýší i čerpací práce. Závislost na tomto obrázku byla vytvořena dosazením Darcy-Weisbachovy rovnice do podílu tlakové ztráty L_p po zúžení průřechového průřezu a tlakové ztráty $L_{p,n}$. Odtud je patrné, že vliv zúžení na tlakovou ztrátu roste s pátou mocninou. Naproti tomu i při zachování absolutní drsnosti je vliv změny součinitele tření o několik řádů nižší.

– **154:** –
Změna tlakové ztráty
potrubí při znečištění



Vytvořeno pro $d_n=100$ mm; $V_n=3$ m·s⁻¹; $\varepsilon_n=0,05$ mm; $\nu_n=553,2$ nm²·s⁻¹ (voda při teplotě 50 °C); Q =konst. F-nános v potrubí (fouling). Index $_n$ označuje parametry před znečištěním potrubí.

Znečištění potrubí
Tuhými a
Biologickými
částicemi a
Krystalizací minerálů

Ke znečištění potrubí může dojít důsledkem chemického nebo biologického působení a nebo obsahem tuhých částic v kapalině. V případě chemického či elektrochemického procesu dochází k vysrážení minerálů a jejich krystalizace na vnitřní plochách potrubí. Biologická usazenina na potrubí může být rostlinného i živočišného původu – většinou se jedná o nějaké druhy řas nebo korýšů a velmi závisí na teplotě vody, obsahu živin ve vodě a v případě řas i světelných podmínkách. Typickým znakem znečištění potrubní trasy tuhými nečistotami v kapalině je, že není rovnoměrně rozložena po celé délce potrubí. Tuhé částice se usazují v místech s malou rychlostí proudění, v nejnižších bodech potrubní trasy odkud je proud kapaliny není schopen vytlačit a před zúženími.

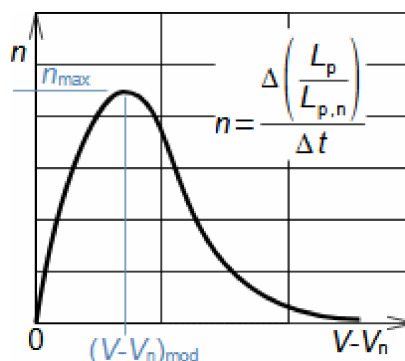
Mezní rychlost pro znečištění potrubí

K usazování vodního kamene na stěny potrubí nedochází přibližně při mezních rychlostech 1,5 až 2,5 m·s⁻¹. Nicméně při určitých kombinacích pH a teplot tato rychlost nemusí stačit. Usazování tuhých částic lze zamezit usazovaní mechanických nečistot už od rychlostí kolem 1,5 m·s⁻¹, ale také záleží i na orientaci potrubí a velikosti a hmotnosti jednotlivých částic. Biologickému znečištění potrubí lze zabránit při rychlostech nad 2 m·s⁻¹. Uvedené mezní rychlosti znášení jsou pro vodu a údaje o nich pochází z [Pugh et al., 2009]. U jiných kapalin se mezní rychlost může lišit, protože zamezení přilnutí nečistot k povrchu trubky je potřebné určité tečné napětí, které je funkcí viskozity, takže kapaliny s vyšší viskozitou zamezí znečištění při nižších rychlostech a obráceně. Stálou (mezní) rychlost proudění při nepravidlém provozu potrubí lze udržet vytvořením smyček na ohrožených částech potrubí, ve kterých bude proudit kapalina stálou rychlostí bez ohledu na průtok mezi vtokem a výtokem z potrubí.

Predikce zvýšení tlakové ztráty v důsledku znečištění potrubí

Období, kdy bude nutné potrubí vyčistit, tedy dobu odstávky, lze predikovat pomocí statistiky. Tato statistická metoda je založena na předpokladu, že nárůst tlakové ztráty se řídí Rayleighovým rozdělením pravděpodobnosti, viz **Obrázek 156**. Pro predikce zvýšení tlakové ztráty kvůli znečištění potrubí stačí znát odhad doby provozu, po které se tlaková ztráta začne zvyšovat, očekávaný modus rychlosti, při které roste tlaková ztráta nejrychleji a také rychlost nárůstu tlakové ztráty na počátku usazování nečistot, viz **Úloha 379** (s. 17). Tyto odhady lze při reálném provozu zpřesňovat pomocí měření tlakové ztráty a tak zpřesňovat i predikce nárůstu tlakové ztráty v čase.

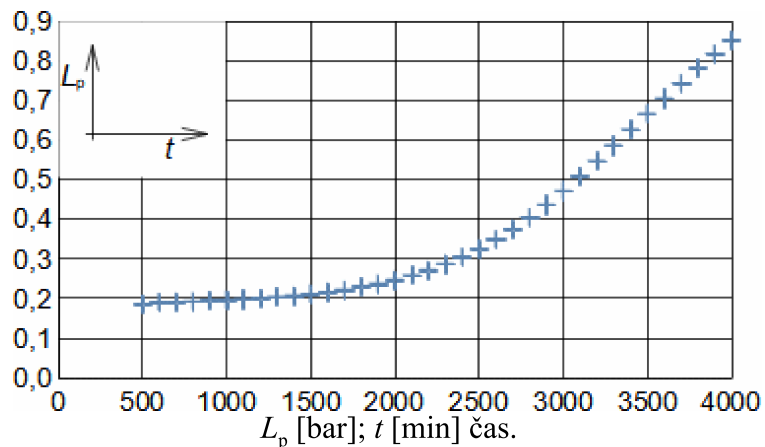
– **156:** –
Rayleighovo rozdělení aplikované na změnu tlakové ztráty



n [s⁻¹] změna tlakové ztráty v čase; t [s] čas. Vodorovná osa označuje rozdíl $(V-V_n)$, protože Rayleighovu rozdělení pravděpodobnosti začíná v nule a nánosy se tvoří až po nějaké době, kdy rychlost proudění je nominální V_n .

Index n označuje parametry před usazováním nečistot v potrubí.

- **Úloha 379:** – Navrhněte očekávané zvýšení tlakové ztráty deskového výměníku voda/voda pomocí statistické metody. Ve výměníku krystalizuje vodní kámen. Jmenovitá rychlost proudění ve výměníku je $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a jmenovitá tlaková ztráta je $0,185 \text{ bar}$. Na základě zkušeností s provozem předchozích výměníků očekáváme, že tlaková ztráta začne narůstat již po 500 minutách s počáteční rychlostí $0,2703\cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$, přičemž parametry $(V-V_n)$ - n křivky z **Obrázku 156** (s. 16) jsou: $n_{\max}=2,1622\cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}$; $(V-V_n)_{\text{mod}}=1,1911 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Při provozu zůstává průtok konstantní. Řešení úlohy je uvedeno v **Příloze 379**.



~
Koroze potrubí
zvysuje tření v mezní
vrstvě

Koroze potrubí zvyšuje absolutní drsnost potrubí současně způsobuje úbytek tloušťky stěn potrubí. Jestliže úbytek materiálu nezpůsobuje významnou změnu protočné plochy potrubí, pak, při konstantních hodnotách ostatních parametrů v Darcyho-Weisbachovy rovnice, lze podíl tlakové ztráty L_p ku tlakové ztrátě při jmenovité (počáteční) $L_{p,n}$ vyjádřit jako podíl součinitelů tření. Z dat **Tabulky 1194** (s. 7) je patrné, že koroze může zvětšit tlakovou ztrátu řádově o desítky procent. Při výpočtu potrubí, které nebude čištěno od koroze je tedy nutné počítat tlakovou ztrátu jako by potrubí bylo zkorodované.

Tlaková ztráta při významné změně hustoty

Mimo dopravy tekutin se setkáváme s dynamickým proudem plynů, při kterém se může významně měnit hustota plynu. Jestliže se jedná o adiabatické proudění plynu kanálem konstantního průřezu, pak lze vycházet při stanovení tlakové ztráty z toho, že celková entalpie plynu zůstává konstantní a rovna celkové entalpii na vstupu do kanálu, ale bude se zvyšovat entropie v důsledku vnitřního tření. Na tomto předpokladu lze odvodit tzv. Fannovu **Rovnici 1061** (s. 18).

$$- \quad 1061: \quad - \quad \left(\frac{1}{M^2} - 1 \right) \frac{dM}{M} = - \frac{\kappa}{\kappa + 1} \frac{\lambda}{d} dx; \quad M = \frac{V}{V_i^*}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx; \quad \ln \frac{p}{p_i} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} \int_0^x \frac{M^2}{M^2 - 1} \frac{\frac{\kappa}{\kappa + 1} M^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2} \frac{\lambda}{d} dx$$

$$\dot{m} = A \frac{V_i}{V_i} = A \frac{V_e}{V_e} = A \frac{V}{V} \Rightarrow \frac{V_i}{V_i} = \frac{V_e}{V_e} = \frac{V}{V} = G; \quad \Delta s = -r \cdot \ln \frac{p_s}{p_{is}}$$

V_i^* [m·s⁻¹] kritická rychlost pro případ izentropického proudění; κ [1] poměr tepelných kapacit; A [m²] průtočný průřez kanálu; V [m·s⁻¹] rychlost plynu ve vyšetřovaném místě kanálu (tato rychlost odpovídá rychlosti při izentropické expanzi z celkového tlaku p_s do tlaku statického p); G =konst. Jestliže kanál není kruhový použije se místo d charakteristický rozměr L jako při nestlačitelném proudění. Odvození v [Dejč, 1967, s. 209], [Zucker and Biblarz, 2002, s. 283].

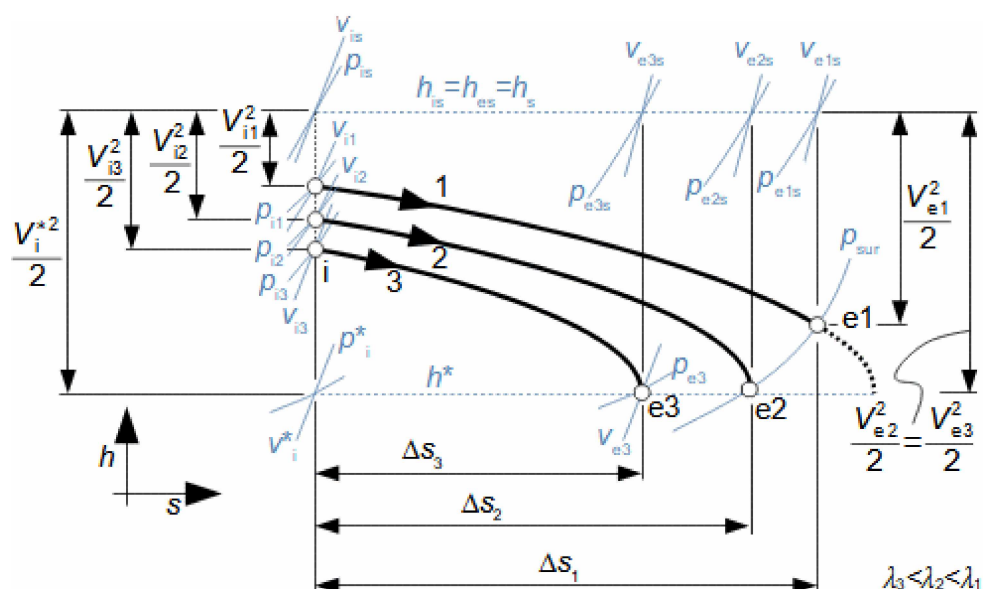
Součinitel tření při vysoké rychlostech

Součinitel tření λ v **Rovnicích 1061** je konstantní po celé délce kanálu, ale ve skutečnosti je více či méně závislý na Re a Machovu číslu ve vyšetřovaném místě kanálu. Experimentální ověření změn součinitele tření při stlačitelném proudění a platnosti **Rovnic 1061** je provedeno v [Dejč, 1967, s. 217].

Fannovy křivky pro kanál konstantního průřezu

Při adiabatickém proudění plynu se plyn zahřívá v důsledku tření, což způsobuje zvětšování jeho měrného objemu a tedy i rychlosti v kanálu konstantní průtočné plochy. To znamená, že postupně v plynu klesá tlak a měrná entalpie. Zakreslení stavů plynu v jednotlivých bodech osy kanálu v h - s diagramu označujeme jako Fannovu křivku (Fanno line). Na **Obrázku 1059** jsou tři Fannovy křivky pro kanál délky l a různé velikosti součinitele tření λ (stejný vliv jako změny součinitele tření má na změnu tlaku i prodlužování kanálu). Při maximálním součiniteli tření λ_1 nedosáhne proudění na výstupu z kanálu kritické rychlosti, λ_2 je takový, aby proudění na výstupu dosáhlo právě kritické rychlosti. Součinitel λ_3 je menší jak λ_2 a přesto proudění dosáhne na výstupu také jen kritické rychlosti.

1059:



h [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] entalpie; s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$] entropie; h_s [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] celková entalpie plynu; h^* [$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$] kritická entalpie; p_{sur} [Pa] tlak okolí na výstupu z kanálu (surrounding). Index $_i$ označuje počáteční stav plynu, index $_e$ konečný stav plynu (na konci úseku/sledovaného děje). Dolní index $_s$ označuje celkový stav plynu.

Uplatnění Fannových křivek

V technické praxi je uvedena teorie uplatnitelná zejména při vyšetřování proudění v bezdotykových ucpávkách. Na vysoké tlakové ztrátě spojené s prouděním plynu ve velmi malé mezeře je také založen princip suchoběžných plynových ucpávek. Nicméně i labyrintové ucpávky lze připodobnit k hladké ucpávce s konstantním průtočným průřezem a s konkrétním součinitelem tření.

Odkazy

- ŠKORPÍK, Jiří, 2022, Turbočerpadla, Brno, <https://transformacni-technologie.cz/turbocerpadla.html>.
- ŠKORPÍK, Jiří, 2022b, Základní rovnice lopatkových strojů, Brno, <https://turbomachinery.education/zakladni-rovnice-lopatkovych-stroju.html>.
- DEJČ, Michail, 1967, *Technická dynamika plynů*, SNTL, Praha.
- FRAAS, Arthur, 1989, *Heat exchanger design*, John Wiley&Sons, Inc., ISBN 0-471-62868-9.
- IZARD, Julien, 1961, *Příručka technické fyziky*, Státní nakladatelství technické literatury, Praha.
- MOODY, Lewis, 1944, *Transactions of the ASME*, Friction factors for pipe flow, 66 (8). <http://www.ipt.ntnu.no/~asheim/TPG4135/Moody.pdf>
- NIKURADSE, Johann, 1933, Strömungsgesetze in rauhen rohren, *V. D. I. Forschungsheft*, 361: 1–22, Berlin.
- PLESKOT, Václav, 1947, *Nomografie v technické praxi*, Praha, SPASEI.
- PUGH, Simon, HEWITT, Geoffrey, MÜLLER-STEINHAGEN, Hans, 2009, Fouling During the Use of “Fresh” Water as Coolant—The Development of a “User Guide”, *Heat Transfer Engineering*, 30:10-11, 851-858, DOI: 10.1080/01457630902753706.
- ROČEK, Jaroslav, 2002, *Průmyslové armatury*, INFORMATORIUM, Praha, ISBN 80-7333-000-8.
- SCHILLER, Ludwig, 1930, Rohrwiderstand bei hohen Reynoldsschen Zahlen, *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete*, Springer, Berlin. https://doi.org/10.1007/978-3-662-33791-2_13
- STEPHAN, Peter (ed.), *VDI Heat Atlas*, Springer, Berlin, ISBN 978-3-540-77876-9.
- ZUCKER, Robert, BIBLARZ, Oscar, 2002, *Fundamentals of gas dynamics*, JOHN WILEY & SONS, INC., Hoboken.